

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика», включая оценочные материалы

1. Требования к результатам обучения по дисциплине (модулю)

1.1. Перечень компетенций, формируемых дисциплиной (модулем) в процессе освоения образовательной программы

Группа компетенций	Категория компетенций	Коды и содержание компетенций
Универсальные	-	-
Общепрофессиональные	Физико-математическая и компьютерная грамотность при решении задач профессиональной деятельности	ОПК-4. Способен планировать работы химической направленности, обрабатывать и интерпретировать полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач
Профессиональные	-	-

1.2. Компетенции и индикаторы их достижения, формируемых дисциплиной (модулем) в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Содержание индикатора компетенции
ОПК-4	ОПК-4.1	Использует базовые математические и физические понятия и принципы, законы и методы математики и физики при планировании работ химической направленности
	ОПК-4.2	Обрабатывает полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач
	ОПК-4.3	Интерпретирует результаты химических наблюдений с использованием законов и методов математики и физики

1.3. Результаты обучения по дисциплине (модулю)

Цель изучения дисциплины (модуля) – формирование у обучающихся научных представлений о сущности и свойствах вероятностных процессов, описывающих их вероятностей, случайных величин, функций распределения и статистических методов, овладение практическими навыками работы со случайными величинами и методами их поиска и оценки.

В результате изучения дисциплины (модуля) обучающийся должен

знать:

- понятие события, вероятности, случайного числа, функции распределения; основы вероятностного и статистического анализа; место теории вероятностей и математической статистики в современной математике;

уметь:

- находить вероятность случайного события, параметры случайных величин, характеристики распределений и выборок;

владеть:

- терминологией и обозначениями теории вероятностей и математической статистики.

2. Объем, структура и содержание дисциплины (модуля)

2.1. Объем дисциплины (модуля)

Виды учебной работы	Формы обучения
	Очная
Общая трудоемкость: зачетные единицы/часы	3/108
Контактная работа:	48
Занятия лекционного типа	16
Занятия семинарского типа	32

Консультации	0
Промежуточная аттестация	зачет
Самостоятельная работа (СР)	60

2.2. Темы (разделы) дисциплины (модуля) с указанием отведенного на них количества часов по формам образовательной деятельности

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Виды учебной работы (в часах)						СР
		Контактная работа						
		Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				
		Л	Иные	ПЗ	С	ЛР	Иные	
1.	Случайные события	8	0	16	0	0	0	20
2.	Случайные величины	6	0	12	0	0	0	20
3.	Основы математической статистики	2	0	4	0	0	0	20

Примечания:

Л – лекции, ПЗ – практические занятия, С – семинары, ЛР – лабораторные работы, СР – самостоятельная работа.

2.3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) и видам работ

Содержание лекционного курса

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание лекционного курса
1.	Случайные события	Предмет теории вероятностей, случайные события, действия над событиями, определения вероятностей. Элементы комбинаторики: размещения, сочетания, перестановки. Вероятность суммы и произведения событий. Условная вероятность, формула полной вероятности, формула Байеса.
2.	Случайные величины	Понятие случайной величины, закон распределения. Функция и плотность распределения. Числовые характеристики случайных величин. Виды распределений случайных величин. Коэффициент корреляции.
3.	Основы математической статистики	Введение в статистику. Выборки, виды выборок, выборочное среднее и выборочная дисперсия. Точечные и интервальные оценки.

Содержание занятий семинарского типа

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Тип	Содержание занятий семинарского типа
1.	Случайные события	ПЗ	Элементы комбинаторики: размещения, сочетания, перестановки. Вероятность суммы и произведения событий. Условная вероятность, формула полной вероятности, формула Байеса.
2.	Случайные величины	ПЗ	Числовые характеристики случайных величин. Виды распределений случайных величин
3.	Основы математической статистики	ПЗ	Выборки, виды выборок, выборочное среднее и выборочная дисперсия. Точечные и интервальные оценки.

Содержание самостоятельной работы

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание самостоятельной работы
1.	Случайные события	Схема и формула Бернулли, теорема Пуассона, Теоремы Муавра-Лапласа.
2.	Случайные величины	Виды распределений случайных величин. Коэффициент корреляции.
3.	Основы математической статистики	Точечные и интервальные оценки.

3. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

По дисциплине (модулю) предусмотрены следующие виды контроля качества освоения:

- текущий контроль успеваемости;
- промежуточная аттестация обучающихся по дисциплине (модулю).

3.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые темы (разделы)	Наименование оценочного средства
1.	Случайные события	Устный опрос. Дискуссии. Кейсы (решение задач). Мини-тест
2.	Случайные величины	Устный опрос. Дискуссии. Кейсы (решение задач). Мини-тест
3.	Основы математической статистики	Устный опрос. Дискуссии. Кейсы (решение задач). Мини-тест

3.1.1 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в процессе текущего контроля успеваемости

Устный опрос

Занятие 1. Действия над событиями

Вопросы для устного опроса:

1. Примеры событий.
2. Определение типа событий.
3. Операции над событиями.

Вопросы для дискуссии:

1. Какие виды событий вы знаете?
2. Что такое пространство элементарных событий?
3. Что такое диаграмма Эйлера Венна?

Занятие 2. Элементы комбинаторики

Вопросы для устного опроса:

1. Перестановки.
2. Размещения.
3. Сочетания.

Вопросы для дискуссии:

1. Что такое перестановка?
2. Чем размещение отличается от сочетания?

Занятие 3. Сумма и произведение событий. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса

Вопросы для устного опроса:

1. Вероятности суммы и произведения событий. Условная вероятность.
2. Формула полной вероятности и формула Байеса.

Вопросы для дискуссии:

1. Что такое апостериорное значение вероятности?
2. Что такое независимые события?

Занятие 4. Формула Бернулли и формула Пуассона

Вопросы для устного опроса:

1. Формула Бернулли.
2. Формула Пуассона.

Вопросы для дискуссии:

1. Что такое схема Бернулли?
2. Когда применяется формула Пуассона?

Занятие 5. Случайная величина. Функция и плотность распределения

Вопросы для устного опроса:

1. Дискретная случайная величина.
2. Непрерывная случайная величина.

Вопросы для дискуссии:

1. Что такое вариант?
2. Что такое плотность вероятности случайной величины?

Занятие 6. Числовые характеристики случайных величин

Вопросы для устного опроса:

1. Моменты. Математическое ожидание и дисперсия.
2. Медиана, асимметрия и эксцесс.

Вопросы для дискуссии:

1. Что такое медиана?
2. Каким моментом является дисперсия случайной величины?

Занятие 7. Распределения случайных величин. Коэффициент корреляции

Вопросы для устного опроса:

1. Виды распределений случайных величин и их характеристики.
2. Коэффициент корреляции.

Вопросы для дискуссии:

1. Каковы характеристики показательного распределения?
2. Чем отличается ковариация от коэффициента корреляции?

Занятие 8. Выборки и их характеристики

Вопросы для устного опроса:

1. Виды выборок.
2. Выборочное среднее и дисперсия.

Вопросы для дискуссии:

1. Чем отличается простая выборка от механической?
2. Что такое исправленная дисперсия?

Кейсы (ситуации и задачи с заданными условиями)

Задача № 1.

При одном цикле обзора радиолокационной станции, следящей за космическим объектом, объект обнаруживается с вероятностью p . Обнаружение объекта в каждом цикле происходит независимо от других. Найти вероятность события:

A — при n циклах объект будет обнаружен хотя бы 1 раз.

Решение:

Обозначим через A_i событие, что объект будет обнаружен радиолокационной станцией при одном (i -ом) цикле обзора: $P(A_i) = p$, по условию задачи.

Тогда событие A , что при n циклах объект будет обнаружен хотя бы 1 раз будет равно

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

сумме событий A_i , т.е.

События A_i являются совместными, т.е. они могут произойти одновременно. Действительно, обнаружение объекта в одном из циклов обзора, не исключает его обнаружения в другом цикле обзора. Таким образом, для вычисления вероятности события A , используется формула сложения вероятностей для совместных событий. Получим:

$$P(A) = 1 - (1 - p)^n$$

Так как по условию задачи, события являются независимыми, т.е. вероятность обнаружения объекта в одном цикле обзора не зависит от вероятности его обнаружения в другом цикле, то воспользуемся формулой произведения вероятностей для независимых

событий. Получим:

$$P(A) = p \cdot n - p^2 C_n^2 + p^3 C_n^3 - p^4 C_n^4 + \dots + (-1)^{n-1} p^n, \text{ так как } P(A_i) = p.$$

Упростим полученное выражение, для этого умножим левую и правую части на -1 , прибавим к левой и правой части 1 , и свернем получившееся выражение с помощью биннома Ньютона. Получим:

$$1 - P(A) = 1 - p \cdot n + p^2 C_n^2 - p^3 C_n^3 + p^4 C_n^4 + \dots + (-1)^n p^n = (1 - p)^n$$

Следовательно, из последнего выражения получим:

$$P(A) = 1 - (1 - p)^n$$

Можно решить данную задачу проще: для этого перейдем к обратному событию для A_i – объект не будет обнаружен радиолокационной станцией при одном (i -ом) цикле обзора $P(\bar{A}_i) = 1 - p$ по условию задачи.

Тогда вероятность того, что объект, ни разу не будет обнаружен, при n циклах будет равна:

$$P(\bar{A}) = (1 - p)^n$$

И перейдя к вероятности обратного события, получим вероятность события A , что при n циклах объект будет обнаружен хотя бы 1 раз.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - (1 - p)^n$$

Ответ: $P(A) = 1 - (1 - p)^n$.

Задача № 2.

По каналу связи передается сообщение состоящее из 2 знаков. Вероятность появления первого знака $p = 2/3$. Передано 4 знака. Найти закон распределения для случайного числа X появления первого знака, наивероятнейшее число появления первого знака и его вероятность.

Решение.

Для решения этой задачи, используется формула биномиального распределения вероятностей:

$$P_{m,n} = C_n^m p^m (1 - p)^{n-m}$$

В нашей задаче $n = 4, p = 2/3$. Получим:

$$P_{0,4} = C_4^0 p^0 (1 - p)^4 = \frac{1}{81}.$$

$$P_{1,4} = C_4^1 p (1 - p)^3 = \frac{8}{81}.$$

$$P_{2,4} = C_4^2 p^2 (1 - p)^2 = \frac{24}{81}.$$

$$P_{3,4} = C_4^3 p^3 (1 - p) = \frac{32}{81}.$$

$$P_{4,4} = C_4^4 p^4 (1 - p)^0 = \frac{16}{81}.$$

В итоге распределение X запишется в виде:

$$X = \left\{ \begin{array}{ccccc} 0, & 1, & 2, & 3, & 4, \\ 1/81, & 8/81, & 24/81, & 32/81, & 16/81 \end{array} \right\}$$

Наивероятнейшее число появления первого знака рассчитывается по формуле: $k_0 = [np + p]$, где $[]$ – числовая функция, целая часть числа. Получим:

$$k_0 = \left[4 \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right] = \left[\frac{10}{3} \right] = 3.$$

$$p(k_0) = P_{3,4} = \frac{32}{81}.$$

Ответ.

$$X = \left\{ \begin{matrix} 0, & 1, & 2, & 3, & 4, \\ 1/81, & 8/81, & 24/81, & 32/81, & 16/81 \end{matrix} \right\}.$$

$$k_0 = 3; \quad p(k_0) = \frac{32}{81}.$$

Мини-тест

1. Что такое случайное событие?

- 1) Случайный эксперимент;
- 2) Событие, которое не достоверно;
- 3) Невозможное событие;
- 4) Результат случайного эксперимента.

2. Чему равно число перестановок трех элементов?

- 1) 1;
- 2) 2;
- 3) 3;
- 4) 6.

3. Чему равна вероятность того, что монета три раза подряд упадет орлом?

- 1) 0,5
- 2) 0,25;
- 3) 0,125;
- 4) 1.

4. Среднеквадратическое отклонение равно:

- 1) Дисперсии со знаком минус;
- 2) Корню квадратному из математического ожидания;
- 3) Корню квадратному из дисперсии.
- 4) Квадрату дисперсии;

5. Выберите верную запись формулы Бернулли:

- 1) $P_n(m) = C_n^m p^n q^{n+m};$
- 2) $P_n(m) = C_n^m p^n q^{n-m};$
- 3) $P_n(m) = C_m^n p^n q^{n+m};$
- 4) $P_n(m) = C_n^m p^{n-m} q^m.$

6) Сопоставьте термину его определение:

1. Достоверное событие.
2. Математическое ожидание.
3. Дискретная случайная величина.
4. Сочетание элементов.
5. Функция распределения.
 - a. Расположение части элементов без учета порядка.
 - b. Величина, принимающая конечное число значений с соответствующей вероятностью появления для каждого.
 - c. Событие, вероятность наступления которого равна 0.
 - d. Среднее арифметическое из значений случайной величины.
 - e. Функция, задающая вероятность того, что случайная величина будет меньше заданного значения.
 - f. Событие, вероятность наступления которого равна 1.
 - g. Расположение всех элементов без учета порядка.

- h. Функция, задающая вероятность того, что случайная величина будет равна заданному значению.
- i. Непрерывно распределенная на конечном числе интервалов величина.
- j. Среднее арифметическое из значений квадратов отклонений случайной величины от ее математического ожидания.

Ключ: 1-4, 2-4, 3-3, 4-3, 5-2, 6 (1-f, 2-d, 3-b, 4-a, 5-e).

3.1.2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в ходе текущего контроля успеваемости

Устный ответ

Оценка знаний предполагает дифференцированный подход к обучающемуся, учет его индивидуальных способностей, степень усвоения и систематизации основных понятий и категорий по дисциплине. Кроме того, оценивается не только глубина знаний поставленных вопросов, но и умение использовать в ответе практический материал. Оценивается культура речи, владение навыками ораторского искусства.

Критерии оценивания: последовательность, полнота, логичность изложения, анализ различных точек зрения, самостоятельное обобщение материала, использование профессиональных терминов, культура речи, навыки ораторского искусства. Изложение материала без фактических ошибок.

Оценка «*отлично*» ставится в случае, когда материал излагается исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно, при этом раскрываются не только основные понятия, но и анализируются точки зрения различных авторов. Обучающийся не затрудняется с ответом, соблюдает культуру речи.

Оценка «*хорошо*» ставится, если обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, знает практическую базу, но при ответе на вопрос допускает несущественные погрешности.

Оценка «*удовлетворительно*» ставится, если обучающийся освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении материала, затрудняется с ответами, показывает отсутствие должной связи между анализом, аргументацией и выводами.

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится, если обучающийся не отвечает на поставленные вопросы.

Кейсы (ситуации и задачи с заданными условиями)

Обучающийся должен уметь выделить основные положения из текста задачи, которые требуют анализа и служат условиями решения. Исходя из поставленного вопроса в задаче, попытаться максимально точно определить проблему и соответственно решить ее.

Задачи могут решаться устно и/или письменно. При решении задач также важно правильно сформулировать и записать вопросы, начиная с более общих и, кончая частными.

Критерии оценивания – оценка учитывает методы и средства, использованные при решении ситуационной, проблемной задачи.

Оценка «*отлично*» ставится в случае, когда обучающийся выполнил задание (решил задачу), используя в полном объеме теоретические знания и практические навыки, полученные в процессе обучения.

Оценка «*хорошо*» ставится, если обучающийся в целом выполнил все требования, но не совсем четко определяется опора на теоретические положения, изложенные в научной литературе по данному вопросу.

Оценка «*удовлетворительно*» ставится, если обучающийся показал положительные результаты в процессе решения задачи.

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится, если обучающийся не выполнил все требования.

Дискуссионные процедуры

Круглый стол, дискуссия, полемика, диспут, дебаты, мини-конференции являются средствами, позволяющими включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса, проблемы и оценить их умение аргументировать собственную точку зрения. Задание дается заранее, определяется круг вопросов для обсуждения, группы участников этого обсуждения.

Дискуссионные процедуры могут быть использованы для того, чтобы студенты:

– лучше поняли усвояемый материал на фоне разнообразных позиций и мнений, не обязательно достигая общего мнения;

– смогли постичь смысл изучаемого материала, который иногда чувствуют интуитивно, но не могут высказать вербально, четко и ясно, или конструировать новый смысл, новую позицию;

– смогли согласовать свою позицию или действия относительно обсуждаемой проблемы.

Критерии оценивания – оцениваются действия всех участников группы. Понимание проблемы, высказывания и действия полностью соответствуют заданным целям. Соответствие реальной действительности решений, выработанных в ходе игры. Владение терминологией, демонстрация владения учебным материалом по теме игры, владение методами аргументации, умение работать в группе (умение слушать, конструктивно вести беседу, убеждать, управлять временем, бесконфликтно общаться), достижение игровых целей, (соответствие роли – при ролевой игре). Ясность и стиль изложения.

Оценка «*отлично*» ставится в случае, когда все требования выполнены в полном объеме.

Оценка «*хорошо*» ставится, если обучающиеся в целом демонстрируют понимание проблемы, высказывания и действия полностью соответствуют заданным целям. Решения, выработанные в ходе игры, полностью соответствуют реальной действительности. Но некоторые объяснения не совсем аргументированы, нарушены нормы общения, нарушены временные рамки, нарушен стиль изложения.

Оценка «*удовлетворительно*» ставится, если обучающиеся в целом демонстрируют понимание проблемы, высказывания и действия в целом соответствуют заданным целям. Однако, решения, выработанные в ходе игры, не совсем соответствуют реальной действительности. Некоторые объяснения не совсем аргументированы, нарушены временные рамки, нарушен стиль изложения.

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится, если обучающиеся не понимают проблему, их высказывания не соответствуют заданным целям.

Тестирование

Является одним из средств контроля знаний обучающихся по дисциплине (модулю).

Критерии оценивания – правильный ответ на вопрос

Оценка «*отлично*» ставится в случае, если правильно выполнено 90-100% заданий.

Оценка «*хорошо*» ставится, если правильно выполнено 70-89% заданий.

Оценка «*удовлетворительно*» ставится в случае, если правильно выполнено 50-69% заданий.

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится, если правильно выполнено менее 50% заданий.

3.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

3.2.1. Критерии оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Шкала оценивания	Результаты обучения	Показатели оценивания результатов обучения
ОТЛИЧНО	Знает:	- обучающийся глубоко и всесторонне усвоил материал, уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает, опираясь на знания

		<p>основной и дополнительной литературы,</p> <ul style="list-style-type: none"> - на основе системных научных знаний делает квалифицированные выводы и обобщения, свободно оперирует категориями и понятиями.
	Умеет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся умеет самостоятельно и правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, используя научные понятия, ссылаясь на нормативную базу.
	Владеет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся владеет рациональными методами (с использованием рациональных методик) решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; <p>При решении продемонстрировал навыки</p> <ul style="list-style-type: none"> - выделения главного, - связкой теоретических положений с требованиями руководящих документов, - изложения мыслей в логической последовательности, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
ХОРОШО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся твердо усвоил материал, достаточно грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы, - затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений, оперирует категориями и понятиями, но не всегда правильно их верифицирует.
	Умеет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся умеет самостоятельно и в основном правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, не в полной мере используя научные понятия и ссылки на нормативную базу.
	Владеет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся в целом владеет рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; <p>При решении смог продемонстрировать достаточность, но не глубинность навыков,</p> <ul style="list-style-type: none"> - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности, - связки теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся ориентируется в материале, однако затрудняется в его изложении; - показывает недостаточность знаний основной и дополнительной литературы; - слабо аргументирует научные положения; - практически не способен сформулировать выводы и обобщения; - частично владеет системой понятий.
	Умеет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся в основном умеет решить учебно-профессиональную задачу или задание, но допускает ошибки, слабо аргументирует свое решение, недостаточно использует научные понятия и руководящие документы.
	Владеет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся владеет некоторыми рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; <p>При решении продемонстрировал недостаточность навыков</p> <ul style="list-style-type: none"> - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности, - связки теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся не усвоил значительной части материала; - не может аргументировать научные положения; - не формулирует квалифицированных выводов и обобщений;

		- не владеет системой понятий.
	Умеет:	обучающийся не показал умение решать учебно-профессиональную задачу или задание.
	Владеет:	не выполнены требования, предъявляемые к навыкам, оцениваемым «удовлетворительно».

3.2.2. Контрольные задания и/или иные материалы для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов для устных ответов (варианты теста)

1. Предмет теории вероятностей.
2. Случайные события и классификация.
3. Действия над событиями.
4. Сочетания.
5. Перестановки.
6. Размещения.
7. Классическое определение вероятности.
8. Статистическое определение вероятности.
9. Геометрическое определение вероятности.
10. Свойства вероятностей.
11. Независимые и несовместные события.
12. Условная вероятность.
13. Формула Байеса.
14. Формула полной вероятности.
15. Вероятность суммы событий.
16. Вероятность произведения событий.
17. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
18. Формула Пуассона.
19. Теорема Муавра-Лапласа.
20. Случайная величина. Виды случайной величины.
21. Закон распределения дискретной случайной величины.
22. Функция распределения.
23. Функция плотности распределения.
24. Математическое ожидание и дисперсия.
25. Центральные и начальные моменты.
26. Эксцесс и асимметрия.
27. Биномиальный закон распределения.
28. Показательный закон распределения.
29. Нормальный закон распределения.
30. Коэффициент корреляции.
31. Выборки и их виды.
32. Выборочное среднее и выборочная дисперсия.

Тексты проблемно-аналитических и (или) практических учебно-профессиональных задач

Задача № 1.

При одном цикле обзора радиолокационной станции, следящей за космическим объектом, объект обнаруживается с вероятностью p . Обнаружение объекта в каждом цикле происходит независимо от других. Найти вероятность события:

A — при n циклах объект будет обнаружен хотя бы 1 раз.

Решение:

Обозначим через A_i событие, что объект будет обнаружен радиолокационной станцией при одном (i -ом) цикле обзора: $P(A_i) = p$, по условию задачи.

Тогда событие A , что при n циклах объект будет обнаружен хотя бы 1 раз будет равно

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

сумме событий A_i , т.е.

События A_i являются совместными, т.е. они могут произойти одновременно. Действительно, обнаружение объекта в одном из циклов обзора, не исключает его обнаружения в другом цикле обзора. Таким образом, для вычисления вероятности события A , используется формула сложения вероятностей для совместных событий. Получим:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i \neq j} P(A_i A_j) + \sum_{i \neq j \neq k} P(A_i A_j A_k) - \dots + (-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n P(A_i).$$

Так как по условию задачи, события являются независимыми, т.е. вероятность обнаружения объекта в одном цикле обзора не зависит от вероятности его обнаружения в другом цикле, то воспользуемся формулой произведения вероятностей для независимых событий. Получим:

$$P(A) = p \cdot n - p^2 C_n^2 + p^3 C_n^3 - p^4 C_n^4 + \dots + (-1)^{n-1} p^n, \text{ так как } P(A_i) = p.$$

Упростим полученное выражение, для этого умножим левую и правую части на -1 , прибавим к левой и правой части 1 , и свернем получившееся выражение с помощью бинома Ньютона. Получим:

$$1 - P(A) = 1 - p \cdot n + p^2 C_n^2 - p^3 C_n^3 + p^4 C_n^4 + \dots + (-1)^n p^n = (1 - p)^n$$

Следовательно, из последнего выражения получим:

$$P(A) = 1 - (1 - p)^n$$

Можно решить данную задачу проще: для этого перейдем к обратному событию для A_i – объект не будет обнаружен радиолокационной станцией при одном (i -ом) цикле обзора $P(\bar{A}_i) = 1 - p$ по условию задачи.

Тогда вероятность того, что объект, ни разу не будет обнаружен, при n циклах будет равна:

$$P(\bar{A}) = (1 - p)^n$$

И перейдя к вероятности обратного события, получим вероятность события A , что при n циклах объект будет обнаружен хотя бы 1 раз.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - (1 - p)^n$$

Ответ: $P(A) = 1 - (1 - p)^n$.

Задача № 2.

По каналу связи передается сообщение состоящее из 2 знаков. Вероятность появления первого знака $p = 2/3$. Передано 4 знака. Найти закон распределения для случайного числа X появления первого знака, наивероятнейшее число появления первого знака и его вероятность.

Решение.

Для решения этой задачи, используется формула биномиального распределения вероятностей:

$$P_{m,n} = C_n^m p^m (1 - p)^{n-m}.$$

В нашей задаче $n = 4, p = 2/3$. Получим:

$$P_{0,4} = C_4^0 p^0 (1 - p)^4 = \frac{1}{81}.$$

$$P_{1,4} = C_4^1 p (1-p)^3 = \frac{8}{81}.$$

$$P_{2,4} = C_4^2 p^2 (1-p)^2 = \frac{24}{81}.$$

$$P_{3,4} = C_4^3 p^3 (1-p) = \frac{32}{81}.$$

$$P_{4,4} = C_4^4 p^4 (1-p)^0 = \frac{16}{81}.$$

В итоге распределение X запишется в виде:

$$X = \begin{pmatrix} 0, & 1, & 2, & 3, & 4, \\ 1/81, & 8/81, & 24/81, & 32/81, & 16/81 \end{pmatrix}$$

Наивероятнейшее число появления первого знака рассчитывается по формуле:

$k_0 = [np + p]$, где $[]$ – числовая функция, целая часть числа. Получим:

$$k_0 = \left[4 \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right] = \left[\frac{10}{3} \right] = 3.$$

$$p(k_0) = P_{3,4} = \frac{32}{81}.$$

Ответ.

$$X = \begin{pmatrix} 0, & 1, & 2, & 3, & 4, \\ 1/81, & 8/81, & 24/81, & 32/81, & 16/81 \end{pmatrix}.$$

$$k_0 = 3; \quad p(k_0) = \frac{32}{81}.$$

3.2.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков в ходе промежуточной аттестации

Процедура оценивания знаний (устный ответ)

Предел длительности	10 минут
Предлагаемое количество заданий	2 вопроса
Последовательность выборки вопросов из каждого раздела	Случайная
Критерии оценки	<ul style="list-style-type: none"> - требуемый объем и структура - изложение материала без фактических ошибок - логика изложения - использование соответствующей терминологии - стиль речи и культура речи - подбор примеров из научной литературы и практики
«5» если	требования к ответу выполнены в полном объеме
«4» если	в целом выполнены требования к ответу, однако есть небольшие неточности в изложении некоторых вопросов
«3» если	требования выполнены частично – не выдержан объем, есть фактические ошибки, нарушена логика изложения, недостаточно используется соответствующая терминологии

Процедура оценивания умений и навыков (решение проблемно-аналитических и практических учебно-профессиональных задач)

Предлагаемое количество заданий	1
Последовательность выборки	Случайная
Критерии оценки:	<ul style="list-style-type: none"> - выделение и понимание проблемы - умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения - полнота использования источников - наличие авторской позиции - соответствие ответа поставленному вопросу - использование социального опыта, материалов СМИ, статистических данных

	<ul style="list-style-type: none"> - логичность изложения - умение сделать квалифицированные выводы и обобщения с точки зрения решения профессиональных задач - умение привести пример - опора на теоретические положения - владение соответствующей терминологией
«5» если	требования к ответу выполнены в полном объеме
«4» если	в целом выполнены требования к ответу, однако есть небольшие неточности в изложении некоторых вопросов. Затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений
«3» если	требования выполнены частично – пытается обосновать свою точку зрения, однако слабо аргументирует научные положения, практически не способен самостоятельно сформулировать выводы и обобщения, не видит связь с профессиональной деятельностью

4. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

4.1. Электронные учебные издания

1. Александрова, О. В. Теория вероятностей и математическая статистика : практикум / О. В. Александрова, Т. В. Жмыхова. — 2-е изд. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2019. — 108 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92352.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / И. Л. Макарова, С. Ж. Симаворян, А. Р. Симонян, Е. И. Улитина. — Сочи : Сочинский государственный университет, 2020. — 130 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/106592.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва : Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/101341.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
4. Щербакова, Ю. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Ю. В. Щербакова. — 2-е изд. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1786-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/81056.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

4.2. Электронные образовательные ресурсы

1. Электронная библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» Biblio-online.ru (ЭБС «Юрайт») [Электронный ресурс]. — URL: <https://urait.ru/>.
2. Электронно-библиотечная система ZNANIUM [Электронный ресурс]. — URL: <https://znanium.com/>.
3. Электронная библиотечная система «Консультант студента» [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.studentlibrary.ru/>.
4. e-Library.ru: Научная электронная библиотека [Электронный ресурс]. — URL: <http://elibrary.ru/>.
5. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» [Электронный ресурс]. — URL: <http://cyberleninka.ru/>.
6. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. — URL: <http://window.edu.ru/>.

7. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. – URL: <http://fcior.edu.ru/>.

4.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Обучающимся обеспечен доступ (удаленный доступ) к ниже следующим современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам:

1. Словари и энциклопедии на Академике [Электронный ресурс]. – URL: <http://dic.academic.ru>.
2. Система информационно-правового обеспечения «Гарант» [Электронный ресурс]. – URL: <http://ivo.garant.ru/>.

4.4. Комплект лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства

1. Лицензионное программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных приложений Microsoft Office.
2. Свободно распространяемое программное обеспечение: свободные пакеты офисных приложений Apache Open Office, LibreOffice.
3. Программное обеспечение отечественного производства: справочно-правовая система «Гарант» (Электронный периодический справочник «Система ГАРАНТ»), образовательная платформа ЮРАЙТ (Электронная библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» Biblio-online.ru (ЭБС «Юрайт»)), электронно-библиотечная система ZNANIUM, электронная библиотечная система «Консультант студента».

4.5. Оборудование и технические средства обучения

Для реализации дисциплины (модуля) используются учебные аудитории для проведения учебных занятий, которые оснащены оборудованием и техническими средствами обучения, и помещения для самостоятельной работы обучающихся, которые оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду РХТУ им. Д.И. Менделеева. Допускается замена оборудования его виртуальными аналогами.

Наименование учебных аудиторий для проведения учебных занятий и помещений для самостоятельной работы*	Оснащенность учебных аудиторий для проведения учебных занятий и помещений для самостоятельной работы оборудованием и техническими средствами обучения
Учебные аудитории для проведения учебных занятий	Учебная аудитория укомплектована специализированной мебелью, отвечающей всем установленным нормам и требованиям, оборудованием и техническими средствами обучения (мобильное мультимедийное оборудование).
Помещение для самостоятельной работы	Помещение оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду РХТУ им. Д.И. Менделеева и к ЭБС.

* Номер конкретной аудитории указан в приказе об аудиторном фонде, расписании учебных занятий и расписании промежуточной аттестации.