

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Дискретная математика», включая оценочные материалы

1. Требования к результатам обучения по дисциплине (модулю)

1.1. Перечень компетенций, формируемых дисциплиной (модулем) в процессе освоения образовательной программы

Группа компетенций	Категория компетенций	Коды и содержание компетенций
Универсальные	-	-
Общепрофессиональные	-	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
Профессиональные	-	-

1.2. Компетенции и индикаторы их достижения, формируемых дисциплиной (модулем) в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Содержание индикатора компетенции
ОПК-1	ОПК-1.1	Применяет методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

1.3. Результаты обучения по дисциплине (модулю)

Цель изучения дисциплины (модуля) – формирование математической культуры студентов, овладение современным аппаратом математики для дальнейшего использования в других областях естественнонаучного знания и дисциплинах естественнонаучного содержания, подготовка к изучению и применению математических методов в профессиональной деятельности, к самостоятельному изучению тех разделов математики, которые могут потребоваться дополнительно в практической и исследовательской работе; формирование навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности и научной работе.

В результате изучения дисциплины (модуля) обучающийся должен

знать:

- основные понятия, алгоритмы и методы дискретной математики;

уметь:

- применять полученные знания в других дисциплинах и при решении прикладных задач; выбирать способы и методы решения прикладных задач; разрабатывать математическую модель прикладной задачи и решать ее с привлечением методов дискретной математики;

владеть:

- современным математическим языком, основными математическими методами, в том числе, реализуемыми с помощью компьютерной техники; использовать аппарат дискретной математики для решения прикладных задач.

2. Объем, структура и содержание дисциплины (модуля)

2.1. Объем дисциплины (модуля)

Виды учебной работы	Формы обучения
	Очная
Общая трудоемкость: зачетные единицы/часы	3/108
Контактная работа:	72
Лекции	36
Лабораторные работы	0
Практические занятия, семинары	36
Промежуточная аттестация: зачет	0
Самостоятельная работа (СР)	36

2.2. Темы (разделы) дисциплины (модуля) с указанием отведенного на них количества часов по формам образовательной деятельности

Очная форма обучения

№ п/п		Наименование тем (разделов)	Виды учебной работы (в часах)						СР
			Контактная работа						
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				
			Л	Иные	ПЗ	С	ЛР	Иные	
1.	Теория множеств. Основные определения. Операции над множествами. Свойства операций. Бинарные отношения. Виды бинарных отношений. Функциональные отношения	6	0	6	0	0	0	12	
2.	Функции алгебры логики. Основные понятия и определения. Свойства элементарных функций алгебры логики. Совершенная дизъюнктивная и конъюнктивная формы ФАЛ. Полнота и замкнутость ФАЛ.	6	0	6	0	0	0	12	
3.	Графы. Основные определения. Оптимизационные задачи на графах.	4	0	4	0	0	0	16	

Примечания:

Л – лекции, ПЗ – практические занятия, С – семинары, ЛР – лабораторные работы, СР – самостоятельная работа.

2.3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) и видам работ

Содержание лекционного курса

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание лекционного курса
1.	Теория множеств. Основные определения. Операции над множествами. Свойства операций. Бинарные отношения. Виды бинарных отношений. Функциональные отношения	1.1. Определение множества. Элементы множества. Способы задания множества. Пустое и универсальное множество. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества. 1.2. Операции над множествами. Объединение, пересечение, разность и дополнение множеств. 1.3. Свойства операций. Идемпотентность, ассоциативность, дистрибутивность, поглощение, инволютивность, свойство нуля, свойство единицы, свойство дополнения, законы де Моргана, выражение для разности.
2.	Функции алгебры логики. Основные понятия и определения. Свойства элементарных функций алгебры логики. Совершенная дизъюнктивная и конъюнктивная формы ФАЛ. Полнота и	2.1. Основные понятия и определения. Булева функция. Таблица истинности. 2.2. Свойства элементарных функций алгебры логики. Конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность, штрих Шеффера, стрелка Пирса, сложение по модулю 2.

	замкнутость ФАЛ.	
3.	Графы. Основные определения. Оптимизационные задачи на графах.	3.1. Основные определения. Вершины, ребра, дуги, цепи, циклы, пути, контуры графа. Связность, компонента связности графа. Деревья, остовные графы, подграфы.

Содержание занятий семинарского типа

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Тип	Содержание занятий семинарского типа
1.	Теория множеств. Основные определения. Операции над множествами. Свойства операций. Бинарные отношения. Виды бинарных отношений. Функциональные отношения	ПЗ	1.3. Бинарные отношения. Определение, композиция отношений. Свойства отношений. Ядро отношения, Замыкание отношений. 1.4. Виды бинарных отношений. Транзитивное, рефлексивное, антирефлексивное, симметричное, антисимметричное, линейное отношения.
2.	Функции алгебры логики. Основные понятия и определения. Свойства элементарных функций алгебры логики. Совершенная дизъюнктивная и конъюнктивная формы ФАЛ. Полнота и замкнутость ФАЛ.	ПЗ	2.3. Совершенные дизъюнктивная и конъюнктивная формы ФАЛ. СДНФ, СКНФ, МДНФ, МКНФ. Минимизация ФАЛ. Метод Квайна – Мак-Класки, метод неопределенных коэффициентов. Метод карт Карно.
3.	Графы. Основные определения. Оптимизационные задачи на графах.	ПЗ	3.2. Оптимизационные задачи на графах. Кратчайший путь. Алгоритм Дейкстры. Минимальный остов.

Содержание самостоятельной работы

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание самостоятельной работы
1.	Теория множеств. Основные определения. Операции над множествами. Свойства операций. Бинарные отношения. Виды бинарных отношений. Функциональные отношения	1.5. Функциональные отношения. Инъекция, сюръекция, биекция. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Фактормножества. Отношение порядка. Вполне упорядоченные множества.
2.	Функции алгебры логики. Основные понятия и определения. Свойства элементарных функций алгебры логики. Совершенная дизъюнктивная и конъюнктивная формы ФАЛ. Полнота и замкнутость ФАЛ.	2.4. Полнота и замкнутость ФАЛ. Монотонные функции, Самодвойственные функции, линейные функции, функции, сохраняющие 0 и 1. Теорема Поста-Яблонского. Функции шепферовского типа
3.	Графы. Основные определения. Оптимизационные задачи на графах.	Алгоритм Прима. Транспортная сеть. Алгоритм Форда и Фалкерсона.

3. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

По дисциплине (модулю) предусмотрены следующие виды контроля качества освоения:

- текущий контроль успеваемости;
- промежуточная аттестация обучающихся по дисциплине (модулю).

3.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые темы (разделы)	Наименование оценочного средства
1.	Теория множеств. Основные определения. Операции над множествами. Свойства операций. Бинарные отношения. Виды бинарных отношений. Функциональные отношения	Устный опрос. Кейсы (решение задач)
2.	Функции алгебры логики. Основные понятия и определения. Свойства элементарных функций алгебры	Устный опрос. Кейсы (решение задач)

	логики. Совершенная дизъюнктивная и конъюнктивная формы ФАЛ. Полнота и замкнутость ФАЛ.	
3.	Графы. Основные определения. Оптимизационные задачи на графах.	Устный опрос. Кейсы (решение задач)

3.1.1 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в процессе текущего контроля успеваемости

Устный опрос. Дискуссионные процедуры (круглый стол, дискуссия, полемика, диспут, дебаты, мини-конференции). Решение задач

Тема 1. Теория множеств.

Вопросы для устного опроса:

1. Основные определения.
2. Операции над множествами.
3. Свойства операций.
4. Бинарные отношения.
5. Виды бинарных отношений.
6. Функциональные отношения

Решение задач

Задание 1: Доказать формулу алгебры логики

I вариант: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

II вариант: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

III вариант: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

IV вариант: $(A \cup B) \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq C \text{ или } B \subseteq C$

V вариант: $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$

Задание 2: Дано бинарное отношение ρ .

Найти: область определения, область значений, сечение отношения по элементу a , обратное отношение: $D_\rho, R_\rho, \rho(a), \rho^{-1}$

I вариант: $\rho = \{(x, y); x, y \in \mathbb{R}, 2x \geq 3y\}$, $a=2$

II вариант: $\rho = \{(x, y); x, y \in \mathbb{N} \setminus 0, x + y \text{ четно}\}$, $a=6$

III вариант: $\rho = \{(x, y); x, y \in \mathbb{N} \setminus 0, x + y \text{ не четно}\}$, $a=2$

IV вариант: $\rho = \{(x, y); x, y \in \mathbb{N} \setminus 0, x - y \text{ четно}\}$, $a=3$

V вариант: $\rho = \{(x, y); x, y \in \mathbb{N} \setminus 0, x - y \text{ не четно}\}$, $a=6$

Тема 2. Теория множеств.

Вопросы для устного опроса:

1. Таблица истинности
2. Совершенная дизъюнктивная форма ФАЛ
3. Совершенная конъюнктивная форма ФАЛ
4. Полином Жегалкина функции
5. Метод Карт Карнау
6. Полнота системы. Распознавание полноты. Теорема о полноте.

Решение задач

Задание 1: Составить таблицу истинности функции алгебры логики. Определить существенные и фиктивные переменные.

I вариант: $(x \supset (\neg y)) \vee (y \Leftrightarrow z)$

II вариант: $(x \oplus y) \Leftrightarrow (z | x)$

III вариант: $(x \supset (y \oplus z)) \supset z$

IV вариант: $(x \oplus (\neg z)) \& y \& (\neg z)$

V вариант: $((\neg x) \downarrow y) \Leftrightarrow z$

Задание 2: Найти СДНФ и СКНФ функции

I вариант: $f(001000101101101)$

II вариант: $f(0000101110101100)$

III вариант: $f(1010110100100001)$

IV вариант: $f(1011110110001101)$

V вариант: $f(0101101001011010)$

Задание 3: Найти полином Жегалкина функции

I вариант: $(x \supset (\neg y)) \vee (y \Leftrightarrow z)$

II вариант: $(x \oplus y) \Leftrightarrow (z|x)$

III вариант: $(x \supset (y \oplus z)) \supset z$

IV вариант: $(x \oplus (\neg z)) \& y \& (\neg z)$

V вариант: $((\neg x) \downarrow y) \Leftrightarrow z$

Задание 4: Найти сокращенную дизъюнктивную нормальную форму функции алгебры логики, заданной СДНФ:

I вариант: $(\neg x)yz \vee x(\neg y)(\neg z) \vee (\neg x)y(\neg z) \vee (\neg x)(\neg y)(\neg z) \vee xy(\neg z) \vee x(\neg y)z \vee xyz$

II вариант: $xy(\neg z) \vee x(\neg y)(\neg z) \vee (\neg x)y(\neg z) \vee xyz \vee (\neg x)yz \vee (\neg x)(\neg y)(\neg z) \vee x(\neg y)z$

III вариант: $xyz \vee x(\neg y)(\neg z) \vee (\neg x)y(\neg z) \vee (\neg x)yz \vee xy(\neg z) \vee x(\neg y)z \vee (\neg x)(\neg y)(\neg z)$

IV вариант: $(\neg x)(\neg y)(\neg z) \vee x(\neg y)(\neg z) \vee xyz \vee (\neg x)yz \vee x(\neg y)z \vee xy(\neg z) \vee (\neg x)y(\neg z)$

V вариант: $x(\neg y)(\neg z) \vee (\neg x)yz \vee x(\neg y)z \vee (\neg x)y(\neg z) \vee (\neg x)(\neg y)(\neg z) \vee xy(\neg z) \vee xyz$

Задание 5: Найти минимальную дизъюнктивную и минимальную конъюнктивную нормальные формы, используя метод Карт Карнау:

I вариант: $f(001000101101101)$

II вариант: $f(0000101110101100)$

III вариант: $f(1010110100100001)$

IV вариант: $f(1011110110001101)$

V вариант: $f(0101101001011010)$

Задание 6: Определить, является ли система полной

I вариант: $\{0, 1, \oplus\}$

II вариант: $\{0, \neg, \&\}$

III вариант: $\{\downarrow, \vee, \&\}$

IV вариант: $\{!, \oplus, \vee\}$

V вариант: $\{\Leftrightarrow, 1, \vee\}$

Тема 3. Графы.

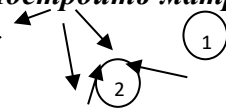
Вопросы для устного опроса:

1. Матрица смежности вершин
2. Упорядочение графа
3. Критический путь графа

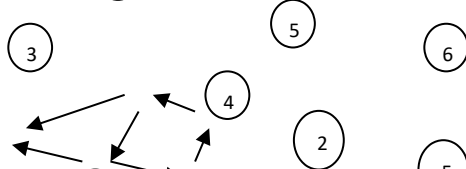
Решение задач

Задание 1: Построить матрицу смежности вершин, матрицу инцидентности ребер графа

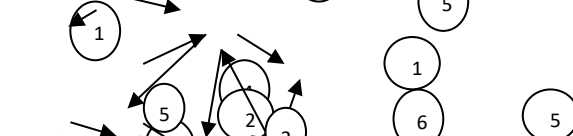
I вариант:



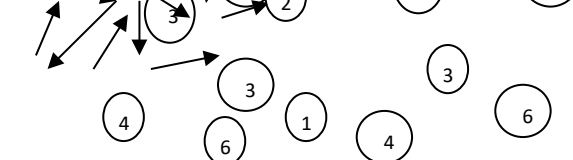
II вариант:



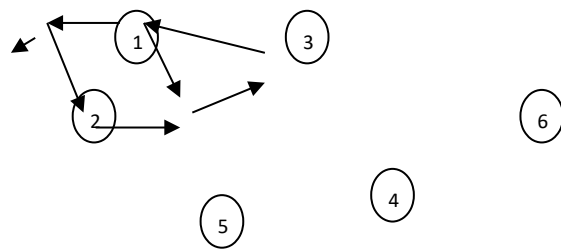
III вариант:



IV вариант:

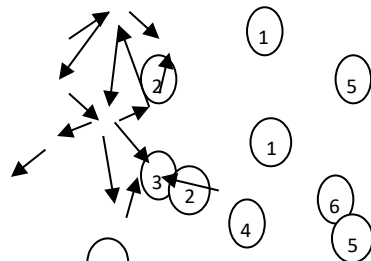


V вариант:

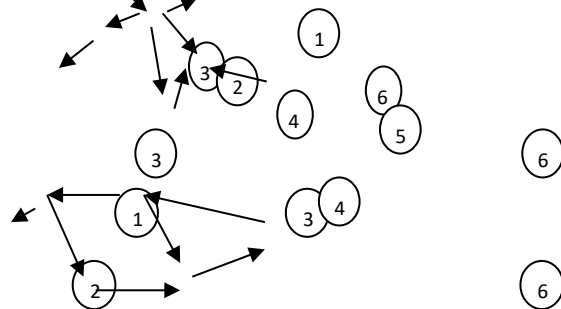


Задание 2: Упорядочить граф

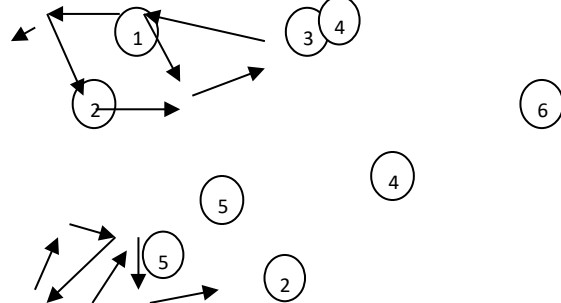
I вариант:



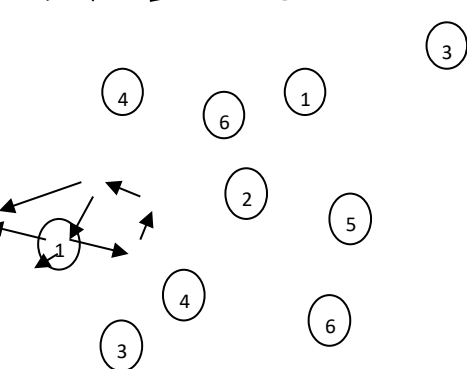
II вариант:



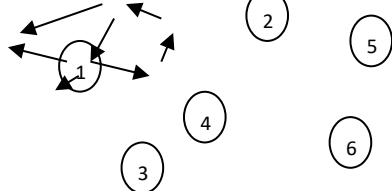
III вариант:



IV вариант:

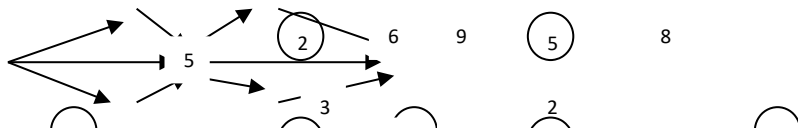


V вариант:

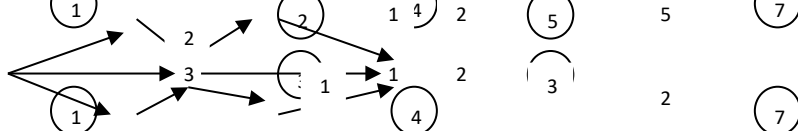


Задание 3: Найти критический путь графа:

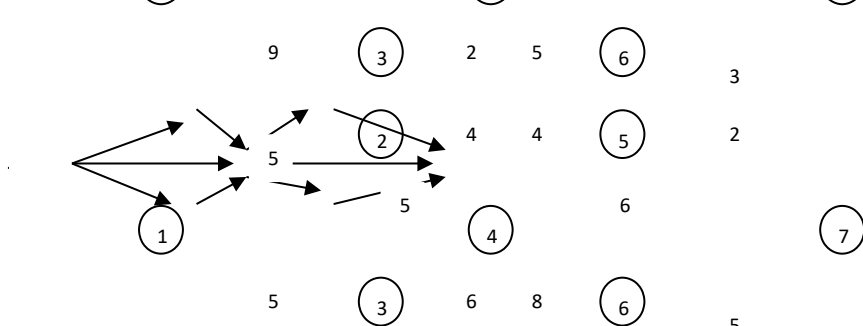
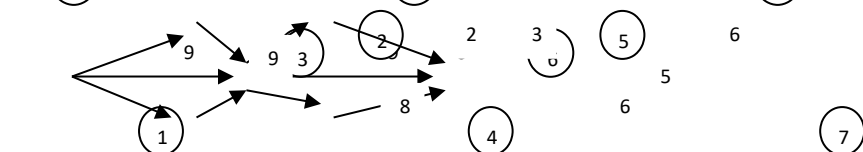
I вариант:



II вариант:



III вариант:



3.1.2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в ходе текущего контроля успеваемости

Устный ответ

Оценка знаний предполагает дифференцированный подход к обучающемуся, учет его индивидуальных способностей, степень усвоения и систематизации основных понятий и категорий по дисциплине. Кроме того, оценивается не только глубина знаний поставленных вопросов, но и умение использовать в ответе практический материал. Оценивается культура речи, владение навыками ораторского искусства.

Критерии оценивания: последовательность, полнота, логичность изложения, анализ различных точек зрения, самостоятельное обобщение материала, использование профессиональных терминов, культура речи, навыки ораторского искусства. Изложение материала без фактических ошибок.

Оценка «*отлично*» ставится в случае, когда материал излагается исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно, при этом раскрываются не только основные понятия, но и анализируются точки зрения различных авторов. Обучающийся не затрудняется с ответом, соблюдает культуру речи.

Оценка «*хорошо*» ставится, если обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, знает практическую базу, но при ответе на вопрос допускает несущественные погрешности.

Оценка «*удовлетворительно*» ставится, если обучающийся освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении материала, затрудняется с ответами, показывает отсутствие должной связи между анализом, аргументацией и выводами.

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится, если обучающийся не отвечает на поставленные вопросы.

Кейсы (ситуации и задачи с заданными условиями)

Обучающийся должен уметь выделить основные положения из текста задачи, которые требуют анализа и служат условиями решения. Исходя из поставленного вопроса в задаче, попытаться максимально точно определить проблему и соответственно решить ее.

Задачи могут решаться устно и/или письменно. При решении задач также важно правильно сформулировать и записать вопросы, начиная с более общих и, кончая частными.

Критерии оценивания – оценка учитывает методы и средства, использованные при решении ситуационной, проблемной задачи.

Оценка «*отлично*» ставится в случае, когда обучающийся выполнил задание (решил задачу), используя в полном объеме теоретические знания и практические навыки, полученные в процессе обучения.

Оценка «*хорошо*» ставится, если обучающийся в целом выполнил все требования, но не совсем четко определяется опора на теоретические положения, изложенные в научной литературе по данному вопросу.

Оценка «*удовлетворительно*» ставится, если обучающийся показал положительные результаты в процессе решения задачи.

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится, если обучающийся не выполнил все требования.

3.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

3.2.1. Критерии оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Шкала оценивания	Результаты обучения	Показатели оценивания результатов обучения
ОТЛИЧНО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся глубоко и всесторонне усвоил материал, уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы, - на основе системных научных знаний делает квалифицированные выводы и обобщения, свободно оперирует категориями и понятиями.
	Умеет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся умеет самостоятельно и правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, используя научные понятия, ссылаясь на нормативную базу.
	Владет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся владеет рациональными методами (с использованием рациональных методик) решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении продемонстрировал навыки - выделения главного, - связкой теоретических положений с требованиями руководящих документов, - изложения мыслей в логической последовательности, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
ХОРОШО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся твердо усвоил материал, достаточно грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы, - затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений, оперирует категориями и понятиями, но не всегда правильно их верифицирует.
	Умеет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся умеет самостоятельно и в основном правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, не в полной мере используя научные понятия и ссылки на нормативную базу.
	Владет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся в целом владеет рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении смог продемонстрировать достаточность, но не глубинность навыков, - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности, - связки теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся ориентируется в материале, однако затрудняется в его изложении; - показывает недостаточность знаний основной и дополнительной литературы; - слабо аргументирует научные положения; - практически не способен сформулировать выводы и обобщения; - частично владеет системой понятий.
	Умеет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся в основном умеет решить учебно-профессиональную задачу или задание, но допускает ошибки, слабо аргументирует свое решение, недостаточно использует научные понятия и руководящие документы.
	Владет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся владеет некоторыми рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении продемонстрировал недостаточность навыков - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности, - связки теоретических положений с требованиями руководящих

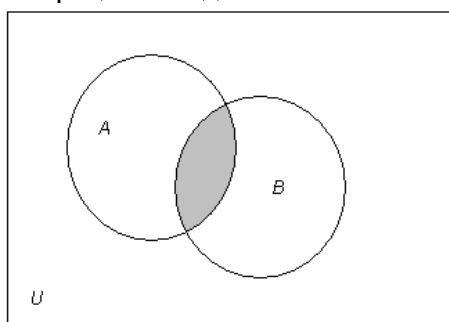
		документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО	Знает:	- обучающийся не усвоил значительной части материала; - не может аргументировать научные положения; - не формулирует квалифицированных выводов и обобщений; - не владеет системой понятий.
	Умеет:	обучающийся не показал умение решать учебно-профессиональную задачу или задание.
	Владеет:	не выполнены требования, предъявляемые к навыкам, оцениваемым «удовлетворительно».

3.2.2. Контрольные задания и/или иные материалы для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов для устных ответов (варианты теста)

1. Теория множеств

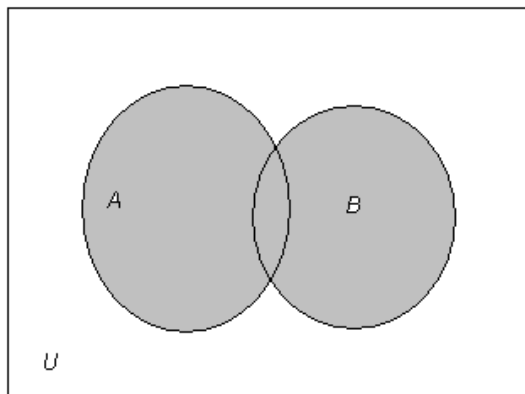
1. Операцией над множествами A и B , результат которой выделен на рисунке,



является...

- ☒ пересечением множеств A и B
- ☐ объединением множеств A и B
- ☐ разностью множеств A и B
- ☐ разностью множеств B и A
- ☐ симметричной разностью множеств A и B

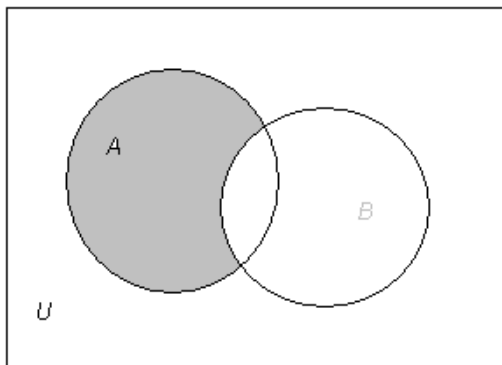
2. Операцией над множествами A и B , результат которой выделен на рисунке,



является...

- ☐ пересечением множеств A и B
- ☒ объединением множеств A и B
- ☐ разностью множеств A и B
- ☐ разностью множеств B и A
- ☐ симметричной разностью множеств A и B

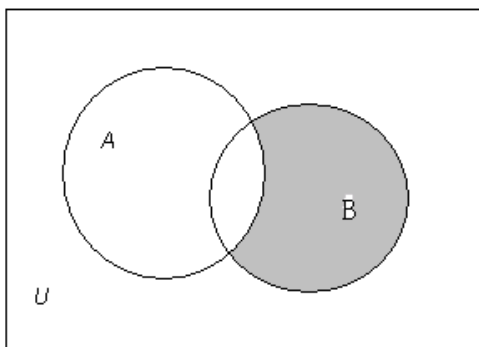
3. Операцией над множествами A и B , результат которой выделен на рисунке,



является...

- ☐ пересечением множеств A и B
- ☐ объединением множеств A и B
- ☒ разностью множеств A и B
- ☐ разностью множеств B и A
- ☐ симметричной разностью множеств A и B

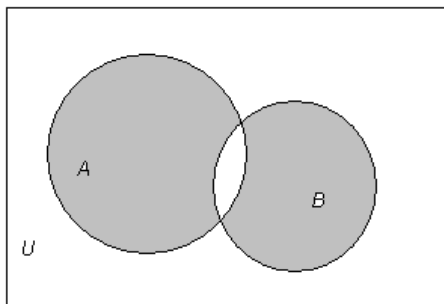
4. Операцией над множествами A и B , результат которой выделен на рисунке,



является...

- ☐ пересечением множеств A и B
- ☐ объединением множеств A и B
- ☐ разностью множеств A и B
- ☒ разностью множеств B и A
- ☐ симметричной разностью множеств A и B

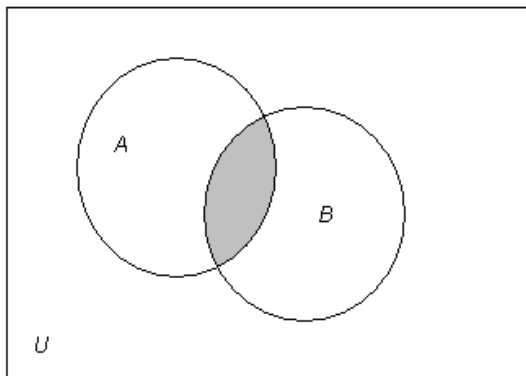
5. Операцией над множествами A и B , результат которой выделен на рисунке,



является...

- ☐ пересечением множеств A и B
- ☐ объединением множеств A и B
- ☐ разностью множеств A и B
- ☐ разностью множеств B и A
- ☒ симметричной разностью множеств A и B

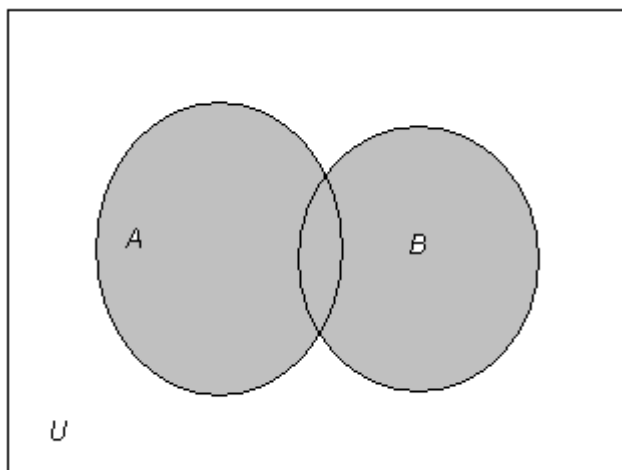
6. Операцией над множествами A и B , результат которой выделен на рисунке,



является...

- ☒ $A \cap B$
- ☐ $A \cup B$
- ☐ $A \setminus B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☐ $A \div B$

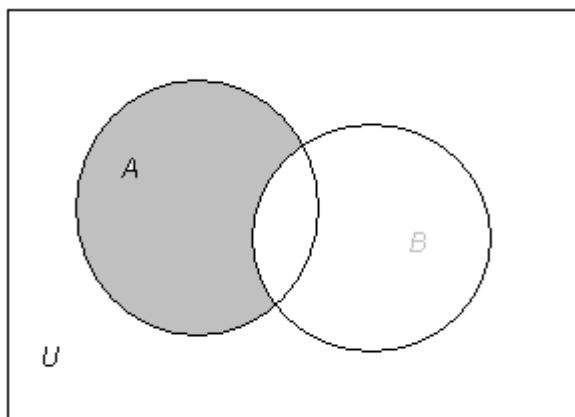
7. Операцией над множествами A и B , результат которой выделен на рисунке,



является...

- ☐ $A \cap B$
- ☒ $A \cup B$
- ☐ $A \setminus B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☐ $A \div B$

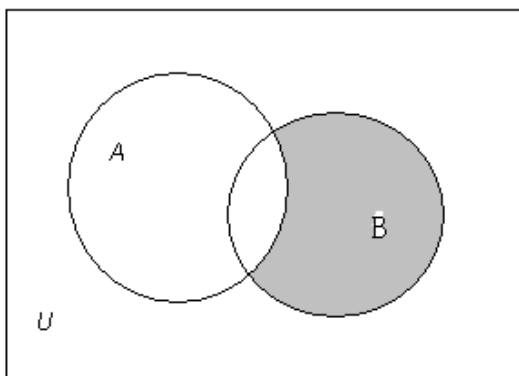
8. Операцией над множествами A и B , результат которой выделен на рисунке,



является...

- ☐ $A \cap B$
- ☐ $A \cup B$
- ☒ $A \setminus B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☐ $A \div B$

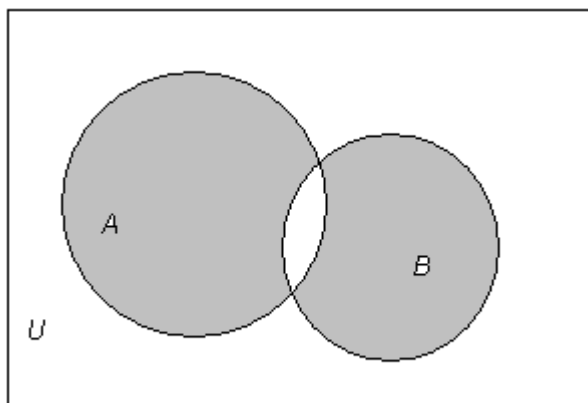
9. Операцией над множествами A и B , результат которой выделен на рисунке,



является...

- ☐ $A \cap B$
- ☐ $A \cup B$
- ☐ $A \setminus B$
- ☒ $B \setminus A$
- ☐ $A \div B$

10. Операцией над множествами A и B , результат которой выделен на рисунке,



является...

- ☐ $A \cap B$
- ☐ $A \cup B$
- ☐ $A \setminus B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☒ $A \div B$

11. На множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ задано бинарное отношение ρ .
 $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 1), (4, 2)\}$

Найти: область определения

- ☐ $D_\rho = \{\emptyset\}$
- ☐ $D_\rho = \{A\}$
- ☐ $D_\rho = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ☐ $D_\rho = \{1, 4\}$
- ☒ $D_\rho = \{1, 2, 3, 4\}$

12. На множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ задано бинарное отношение ρ .
 $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 1), (4, 2)\}$

Найти: область значений

- ☐ $R_\rho = \{\emptyset\}$
- ☐ $R_\rho = \{A\}$
- ☐ $R_\rho = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ☐ $R_\rho = \{1, 4\}$
- ☒ $R_\rho = \{1, 2, 3, 4\}$

13. На множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ задано бинарное отношение ρ .
 $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 1), (4, 2)\}$

Найти: сечение отношения по элементу $a=2$

- ☐ $\rho(2) = \{\emptyset\}$
- ☐ $\rho(2) = \{A\}$
- ☐ $\rho(2) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ☒ $\rho(2) = \{1, 4\}$
- ☐ $\rho(2) = \{1, 2, 3, 4\}$

14. На множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ задано бинарное отношение ρ .
 $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 1), (4, 2)\}$

Найти: сечение отношения по элементу $a=5$

- ☒ $\rho(5) = \{\emptyset\}$
- ☐ $\rho(5) = \{A\}$
- ☐ $\rho(5) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ☐ $\rho(5) = \{1, 4\}$
- ☐ $\rho(5) = \{1, 2, 3, 4\}$

15. На множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ задано бинарное отношение ρ .
 $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 1), (4, 2)\}$

Найти: сечение отношения по элементу $a=4$

- ☐ $\rho(4) = \{\emptyset\}$
- ☐ $\rho(4) = \{A\}$
- ☐ $\rho(4) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ☒ $\rho(4) = \{1, 2\}$
- ☐ $\rho(4) = \{1, 2, 3, 4\}$

16. На множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ задано бинарное отношение ρ .
 $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 2)\}$

Найти: область определения

- ☐ $D_p = \{\emptyset\}$
- ☐ $D_p = \{A\}$
- ☐ $D_p = \{1,2,3,4,5\}$
- ☐ $D_p = \{1,4\}$
- ☒ $D_p = \{1,2,3\}$

17. На множестве $A = \{1,2,3,4,5\}$ задано бинарное отношение ρ .
 $\rho = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,4), (3,1), (3,2)\}$

Найти: область значений

- ☐ $R_p = \{\emptyset\}$
- ☐ $R_p = \{A\}$
- ☐ $R_p = \{1,2,3,4,5\}$
- ☐ $R_p = \{1,4\}$
- ☒ $R_p = \{1,2,3\}$

18. На множестве $A = \{1,2,3,4,5\}$ задано бинарное отношение ρ .
 $\rho = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,4), (3,1), (3,2)\}$

Найти: сечение отношения по элементу $a=4$

- ☒ $\rho(4) = \{\emptyset\}$
- ☐ $\rho(4) = \{A\}$
- ☐ $\rho(4) = \{1,2,3,4,5\}$
- ☐ $\rho(4) = \{1,4\}$
- ☐ $\rho(4) = \{1,2,3,4\}$

19. На множестве $A = \{1,2,3,4,5\}$ задано бинарное отношение ρ .
 $\rho = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,4), (3,1), (3,2)\}$

Найти: сечение отношения по элементу $a=1$

- ☐ $\rho(1) = \{\emptyset\}$
- ☐ $\rho(1) = \{A\}$
- ☐ $\rho(1) = \{1,2,3,4,5\}$
- ☐ $\rho(1) = \{1,4\}$
- ☒ $\rho(1) = \{1,2,4\}$

20. На множестве $A = \{1,2,3,4,5\}$ задано бинарное отношение ρ .
 $\rho = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,4), (3,1), (3,2)\}$

Найти: сечение отношения по элементу $a=2$

- ☐ $\rho(2) = \{\emptyset\}$
- ☐ $\rho(2) = \{A\}$
- ☐ $\rho(2) = \{1,2,3,4,5\}$
- ☐ $\rho(2) = \{1,4\}$
- ☒ $\rho(2) = \{1,2\}$

2. Функции алгебры логики

21. Таблица истинности функции алгебры логики «Тождественный ноль (Константа «0»）」 имеет вид:

☒

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0

☐

1	1	0
---	---	---

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

22. Таблица истинности функции алгебры логики «Конъюнкция» имеет вид:

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

☒

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

☐

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

23. Таблица истинности функции алгебры логики «Сложение по модулю 2» (Исключающее «ИЛИ») имеет вид:

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☒

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

☐

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

24. Таблица истинности функции алгебры логики «Дизъюнкция» имеет вид:

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

☒

x	y	F ₇
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

☐

☐

x	y	F ₉
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

25. Таблица истинности функции алгебры логики «**Отрицание (логическое "НЕ")**» имеет вид:

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☐

x	y	F ₆
0	0	0
0	1	1

☐

1	0	1
1	1	0

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

☒

x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

26. Таблица истинности функции алгебры логики «**Тождественная единица (Константа «1»)**» имеет вид:

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

☐

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

☐

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

☐

x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

☒

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

27. Составить таблицу истинности функции алгебры логики.

$$f(x, y) = x \oplus y$$

☐

x	y	
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

☐

x	y	
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

☐

x	y	
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

☐

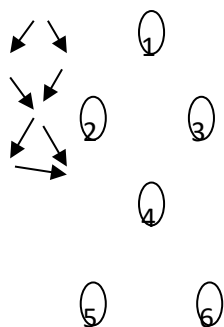
x	y	
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

☒

x	y	
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

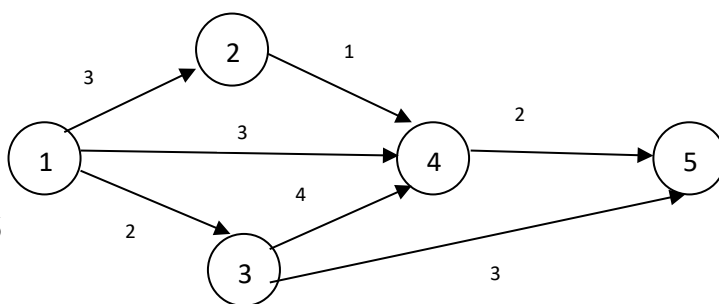
3. Графы

28. Число полных путей в ориентированном графе:



- ☒ 4
- ☐ 3
- ☐ 6
- ☐ 5

29. Длина критического пути в ориентированном графе равна:



- ☐ 6
- ☒ 8
- ☐ 5
- ☐ 0

Тексты проблемно-аналитических и (или) практических учебно-профессиональных задач

Задача 1. Доказать формулу алгебры логики

a. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

b. $A \subseteq B$ и $B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$

Решение:

a. Рассмотрим $x \in A \cap (B \cap C)$. по определению **принадлежности элемента к множеству** получаем, что

$$(\rho_A(x)=u) \& (\rho_{B \cap C}(x)=u) \Leftrightarrow (\rho_A(x)=u) \& ((\rho_B(x)=u) \& (\rho_C(x)=u)) \quad (1)$$

Рассмотрим $x \in (A \cap B) \cap C$. по определению **принадлежности элемента к множеству** получаем, что

$$(\rho_{A \cap B}(x)=u) \& (\rho_C(x)=u) \Leftrightarrow ((\rho_A(x)=u) \& (\rho_B(x)=u)) \& (\rho_C(x)=u) \quad (2)$$

Теперь рассмотрим выражения (1) и (2): операция $\&$ - ассоциативна, следовательно:

$$(1) = (2), \text{ то есть } (\rho_A(x)=u) \& ((\rho_B(x)=u) \& (\rho_C(x)=u)) = ((\rho_A(x)=u) \& (\rho_B(x)=u)) \& (\rho_C(x)=u)$$

По определению **равных множеств**, множества $A \cap (B \cap C)$ и $(A \cap B) \cap C$ равны.

ч.т.д.

b. Рассмотрим $x_0 \in A$, по определению **принадлежности элемента к множеству** получаем, что $\rho_A(x_0)=u$.

по определению **подмножества** множества, следует: любой элемент множества A является элементом множества B , т.е.:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x; \rho_A(x)=и \Rightarrow \rho_B(x)=и \quad (1)$$

Аналогично:

$$B \subseteq C \Leftrightarrow \forall x; \rho_B(x)=и \Rightarrow \rho_C(x)=и \quad (2)$$

Т.к. для любого $x_0 \in A$ выполняется $\rho_A(x_0)=и$, то по условию (1), для него выполняется и свойство множества B : $\rho_B(x_0)=и$, но тогда по условию (2) для него выполняется и свойство множества C : $\rho_C(x_0)=и$. т.е.

$\forall x_0; \rho_A(x_0)=и \Rightarrow \rho_C(x_0)=и \Leftrightarrow A \subseteq C$ (по определению **подмножества** множества, следует. Что множество A является подмножеством множества C).

ч.т.д.

Задача 2. Бинарное отношение

Дано бинарное отношение ρ .

Найти: область определения, область значений, сечение отношения по элементу a , обратное отношение: $D_\rho, R_\rho, \rho(a), \rho^{-1}$

a. $\rho = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,4), (3,1), (3,3), (4,1), (4,2)\}$ на множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, элемент $a=3$

b. $\rho = \{(x,y); x,y \in \mathbb{N} \setminus 0, x \text{ делит } y \text{ на цело}\}$, $a=6$

Решение:

a. $\rho = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,4), (3,1), (3,3), (4,1), (4,2)\}$

на множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, элемент $a=3$

по определению **области определения бинарного отношения**, получаем:

$$D_\rho = \{1, 2, 3, 4\}$$

По определению **области значений бинарного отношения**, получаем:

$$R_\rho = \{1, 2, 3, 4\}$$

По определению **сечения отношения по элементу**, получаем:

$$\rho(3) = \{1, 3\}$$

по определению **обратного отношения**, получаем:

$$\rho^{-1} = \{(1,1), (2,1), (1,2), (4,2), (1,3), (3,3), (1,4), (2,4)\}$$

что и требовалось найти.

b. $\rho = \{(x,y); x,y \in \mathbb{N} \setminus 0, x \text{ делит } y \text{ на цело}\}$, $a=6$

по определению **области определения бинарного отношения**, получаем:

$$D_\rho = \{x; \exists y, x \text{ делит } y\} = \mathbb{N} \setminus 0$$

По определению **области значений бинарного отношения**, получаем:

$$R_\rho = \{y; \exists x, x \text{ делит } y\} = \mathbb{N} \setminus 0$$

По определению **сечения отношения по элементу**, получаем:

$$\rho(6) = \{y; 6 \text{ делит } y\} = \{1, 2, 3, 6\}$$

по определению **обратного отношения**, получаем:

$$\rho^{-1} = \{(y, x); x \text{ делит } y \text{ на цело}\}$$

что и требовалось найти.

Задача 3. Функции алгебры логики. Таблица истинности

Составить таблицу истинности функции алгебры логики. Определить существенные и фиктивные переменные.

- a. $(x \supset y) \vee (x \supset (y \& x))$
 b. $(y \& x) \vee (\neg y \& z)$

Решение:

- a. $(x \supset y) \vee (x \supset (y \& x))$

Используем **таблицу истинности элементарных функций**

x	y	$x \supset y$	$y \& x$	$x \supset (y \& x)$	$(x \supset y) \vee (x \supset (y \& x))$
0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1

Переменная x

$f(0,0) \neq f(1,0)$ следовательно по определению **существенной переменной** x – существенная переменная.

Переменная y:

$f(0,0) = f(0,1)$, $f(1,0) \neq f(1,1)$ следовательно по определению **существенной переменной** y – существенная переменная.

- b. $(y \& x) \vee (\neg y \& z)$

Используем **таблицу истинности элементарных функций**

x	y	z	$y \& x$	$\neg y$	$\neg y \& z$	$(y \& x) \vee (\neg y \& z)$
0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1

Переменная x

$f(0,0,0) = f(1,0,0)$, $f(0,0,1) = f(1,0,1)$, $f(0,1,0) \neq f(1,1,0)$ следовательно по определению **существенной переменной** x – существенная переменная.

Переменная y:

$f(0,0,0) = f(0,1,0)$, $f(0,0,1) \neq f(0,1,1)$ следовательно по определению **существенной переменной** y – существенная переменная.

Переменная z

$f(0,0,0) \neq f(0,0,1)$ следовательно по определению **существенной переменной** z – существенная переменная.

Задача 4: Найти СДНФ и СКНФ функции

- a. $(x \supset y) \oplus z$
 b. F(0011100101101100)

Решение:

a.

x	y	z	$x \supset y$	$(x \supset y) \oplus z$
0	0	0	1	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	0

$(x \supset y) \oplus z$

Сначала нужно построить таблицу истинности функции, для чего используем **таблицу истинности элементарных функций**:

Далее используем правила построения СДНФ и СКНФ:

1.СДНФ: наборы, в которых значение функции равно 1: (000), (010), (101), (110), следовательно, получаем следующие элементарные конъюнкции:

$$(\neg x) \& (\neg y) \& (\neg z);$$

$$(\neg x) \& y \& (\neg z);$$

$$x \& (\neg y) \& z$$

$$x \& y \& (\neg z)$$

из элементарных конъюнкций составляем дизъюнкцию:

$$((\neg x) \& (\neg y) \& (\neg z)) \vee ((\neg x) \& y \& (\neg z)) \vee (x \& (\neg y) \& z) \vee (x \& y \& (\neg z)) - \text{СДНФ}$$

2.СКНФ: наборы, в которых значение функции равно 0: (001), (011), (100), (111), следовательно, получаем следующие элементарные конъюнкции:

$$x \vee y \vee (\neg z);$$

$$x \vee (\neg y) \vee (\neg z);$$

$$(\neg x) \vee y \vee z;$$

$$(\neg x) \vee (\neg y) \vee (\neg z);$$

из элементарных дизъюнкций составляем конъюнкцию:

$$(x \vee y \vee (\neg z)) \& (x \vee (\neg y) \vee (\neg z)) \& ((\neg x) \vee y \vee z) \& ((\neg x) \vee (\neg y) \vee (\neg z)) - \text{СКНФ}$$

b. F(00111001)

Решение:

Значения функции уже даны, следовательно таблица истинности функции будет уметь вид:

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Следовательно, используя правила построения **СДНФ** и **СКНФ**, получаем:

$$\text{СДНФ} = ((\neg x) \& y \& (\neg z)) \vee ((\neg x) \& y \& z) \vee (x \& (\neg y) \& (\neg z)) \vee (x \& y \& z)$$

$$\text{СКНФ} = (x \vee y \vee z) \& (x \vee y \vee (\neg z)) \& ((\neg x) \vee y \vee (\neg z)) \& ((\neg x) \vee (\neg y) \vee z)$$

Задача5: Найти полином Жегалкина функции

$$f(x,y,z) = x \& (y \vee (\neg z))$$

a. С помощью СДНФ

b. Методом неопределенных коэффициентов.

x	y	z	$\neg z$	$y \vee (\neg z)$	$x \& (y \vee (\neg z))$
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1

Решение:

$$a. f(x,y,z) = x \& (y \vee (\neg z))$$

построим таблицу истинности функции и найдем СДНФ:

СДНФ: $(x \& (\neg y) \& (\neg z)) \vee (x \& y \& (\neg z)) \vee (x \& y \& z)$

Используем специальные формулы алгебры логики:

$$(\neg A) = A \oplus 1$$

$$A \vee B = A \& B \oplus A \oplus B$$

$$A \oplus A = 0$$

И кроме того, формулы, которые мы рассматривали в теории, как **свойства элементарных ФАЛ**.

$$\begin{aligned} (x \& (\neg y) \& (\neg z)) \vee (x \& y \& (\neg z)) \vee (x \& y \& z) &= (x \& (y \oplus 1) \& (z \oplus 1)) \vee (x \& y \& (z \oplus 1)) \vee (x \& y \& z) \\ &= (x \& (yz \oplus y \oplus z \oplus 1)) \vee (x \& (y z \oplus y)) \vee (xyz) = (xyz \oplus xy \oplus xz \oplus x) \vee (xy z \oplus xy) \vee (xyz) \\ &= ((xyz \oplus xy \oplus xz \oplus x) \& (xy z \oplus xy)) \oplus (xyz \oplus xy \oplus xz \oplus x) \oplus (xy z \oplus xy) \vee (xyz) \\ &= (xyz \oplus xyz \oplus xyz \oplus xyz \oplus xyz \oplus xy \oplus xyz \oplus xy \oplus xyz \oplus xy \oplus xz \oplus x \oplus xy z \oplus xy) \vee (xyz) \\ &= (xyz \oplus xz \oplus x) \vee (xyz) = xyz \oplus xyz \oplus xyz \oplus xyz \oplus xz \oplus x \oplus xyz = xyz \oplus xz \oplus x \end{aligned}$$

$$b. f(x,y,z) = x \& (y \vee (\neg z))$$

нам снова понадобится таблица истинности функции, возьмем из пункта а):

x	y	z	$x \& (y \vee (\neg z))$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Формула полинома Жегалкина имеет вид (т.к. три переменные):

$f(x,y,z) = a_0 \oplus a_1x \oplus a_2y \oplus a_3z \oplus a_4xy \oplus a_5yz \oplus a_6xz \oplus a_7xyz$. Где в качестве a_i могут быть либо 0 либо 1. осталось найти коэффициенты a_i .

Для этого используем таблицу истинности:

$$f(000) = a_0 \oplus a_1 0 \oplus a_2 0 \oplus a_3 0 \oplus a_4 00 \oplus a_5 00 \oplus a_6 00 \oplus a_7 000 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_0 \oplus 0 = 0 \Leftrightarrow a_0 = 0$$

$$f(001) = a_0 \oplus a_1 0 \oplus a_2 0 \oplus a_3 1 \oplus a_4 00 \oplus a_5 01 \oplus a_6 01 \oplus a_7 001 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_0 \oplus a_3 \oplus 0 = 0 \Leftrightarrow 0 \oplus a_3 \oplus 0 = 0 \Leftrightarrow a_3 = 0$$

$$f(010) = a_0 \oplus a_1 0 \oplus a_2 1 \oplus a_3 0 \oplus a_4 01 \oplus a_5 10 \oplus a_6 00 \oplus a_7 010 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_0 \oplus a_2 \oplus 0 = 0 \Leftrightarrow 0 \oplus a_2 \oplus 0 = 0 \Leftrightarrow a_2 = 0$$

$$f(011) = a_0 \oplus a_1 0 \oplus a_2 1 \oplus a_3 1 \oplus a_4 01 \oplus a_5 11 \oplus a_6 01 \oplus a_7 011 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_0 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_5 = 0 \Leftrightarrow 0 \oplus a_5 \oplus 0 = 0 \Leftrightarrow a_5 = 0$$

$$f(100) = a_0 \oplus a_1 1 \oplus a_2 0 \oplus a_3 0 \oplus a_4 10 \oplus a_5 00 \oplus a_6 10 \oplus a_7 100 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_0 \oplus a_1 \oplus 0 = 1 \Leftrightarrow 0 \oplus a_1 \oplus 0 = 1 \Leftrightarrow a_1 = 1$$

$$f(101) = a_0 \oplus a_1 1 \oplus a_2 0 \oplus a_3 1 \oplus a_4 10 \oplus a_5 01 \oplus a_6 11 \oplus a_7 101 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_0 \oplus a_1 \oplus a_3 \oplus a_6 = 0 \Leftrightarrow 1 \oplus a_6 \oplus 0 = 0 \Leftrightarrow a_6 = 1$$

$$f(110) = a_0 \oplus a_1 1 \oplus a_2 1 \oplus a_3 0 \oplus a_4 11 \oplus a_5 10 \oplus a_6 10 \oplus a_7 110 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 = 1 \Leftrightarrow 0 \oplus a_4 \oplus 1 = 1 \Leftrightarrow a_4 = 0$$

$$f(111) = a_0 \oplus a_1 1 \oplus a_2 1 \oplus a_3 1 \oplus a_4 11 \oplus a_5 11 \oplus a_6 11 \oplus a_7 111 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 = 1 \Leftrightarrow 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus a_7 = 1$$

$$a_7 = 1$$

следовательно, получаем, что

$$f(x,y,z) = 0 \oplus 1x \oplus 0y \oplus 0z \oplus 0xy \oplus 0yz \oplus 1xz \oplus 1xyz = x \oplus xz \oplus xyz$$

обратите внимание, и в пункте а) и в пункте б) ответ один и тот же, т.е. представление в виде полинома Жегалкина единственно.

Задача 6: Найти сокращенную дизъюнктивную нормальную форму функции алгебры логики, заданной СДНФ:

$$F(x, y, z) = (\neg x)yz \vee (\neg x)(\neg y)z \vee (\neg x)(\neg y)(\neg z) \vee x(\neg y)z \vee x(\neg y)z \vee xyz$$

Решение:

Методов нахождения сокращенной дизъюнктивной нормальной формы много, рассмотрим один из них. Заменяем элементарные конъюнкции наборами нулей и единиц: если переменная – единица, если ее отрицание – ноль. Соответственно, получаем: 011, 001, 000, 101, 111. разобьем все наборы на классы по числу единиц: нулевой класс – 000, первый класс – 001, второй класс – 101, 011, третий класс – 111. Соответственно, получаем:

000
001
101
011
111

Теперь рассмотрим процедуру «склеивания». Склеиваются наборы, стоящие в соседних классах, отличающиеся только на одну цифру. Вместо этой отличающейся цифры ставится прочерк (-). Те наборы, которые склеили, отмечаются *. Когда процесс «склеивания» завершен, те наборы, которые не отмечены *, записываются с помощью переменных:

Например: «склеиваются» наборы: 000 и 001. они отличаются друг от друга на одну цифру. Вместо них получается 00-, а они отмечаются *:

000*	00-
001*	-01 0-1
101*	1-1
011*	-11
111	

Аналогично, «склеиваются» 001 и 101 (-01), 001 и 011(0-1), 101 и 111(1-1), 011 и 111 (-11)

Далее, «склеиваются» те наборы, которые стоят в соседних классах. Которые отличаются на один знак, и у которых прочерк стоит на одном (одинаковом) месте. В данном примере: 0-1 и 1-1 (--1), -01 и -11 (--1). При этом новый набор одинаков и для первой и для второй пары, его записывают один раз, но * отмечаются обе пары:

000*	00-	
001*	-01*	--1
001*	0-1*	
101*	1-1*	
011*	-11*	
111*		

Больше «склеить» ничего нельзя, соответственно получаем:

00- и -1:

$$\neg x)(\neg y) \vee z \text{ – СДНФ.}$$

(

Задача 7: Найти минимальную дизъюнктивную и минимальную конъюнктивную нормальные формы, используя метод Карт Карнау:

а. $f(x,y,z)=(00110111)$

решение:

а. $f(x, y, z)=(00110111)$

т.к. функция зависит от 3-х переменных, то карта Карнау, будет иметь 8 ячеек (8 значений функции). В карту значения записываются по четверкам, при этом третье и четвертое значение меняются местами: т.е.:

f(000)	f(001)	f(011)	f(010)
--------	--------	--------	--------

f(100)	f(101)	f(111)	f(110)
--------	--------	--------	--------

Если посмотреть первую строку таблицы, можно заметить, что переменная x равна нулю. А во второй строке – x равна 1, соответственно, обозначим первую строку за отрицание x , а вторую за x . Далее, первые два столбца со значением y равным нулю, а вторые два столбца со значением y равным единице (т.е. отрицание y , и y). Второй и третий столбцы – $z=1$, первый и четвертый – $z=0$ (т.е. z и отрицание z).

Соответственно, карта имеет вид:

	\bar{y}		y	
\bar{x}	0	0	1	1
x	0	1	1	1
	\bar{z}		z	\bar{z}

Далее, склеиваем единицы стоящие рядом (в одной строке друг за другом или в одном столбце друг над другом): по две, четыре, восемь...

	\bar{y}		y	
\bar{x}	0	0	1	1
x	0	1	1	1
	\bar{z}		z	\bar{z}

У четырех единиц: y , \bar{x} и x взаимно уничтожаются, z и \bar{z} взаимно уничтожаются. Остается только y .

	\bar{y}		y	
\bar{x}	0	0	1	1
x	0	1	1	1
	\bar{z}		z	\bar{z}

У двух единиц: x , \bar{y} и y взаимно уничтожаются, z . Соответственно, остается x и z .

Из них составляем конъюнкцию: $x \& z = xz$.

Больше ничего объединить нельзя.

Из получившихся конъюнкций составляем дизъюнкцию: $y \vee xz$ – это минимальная дизъюнктивная форма,

Теперь мКНФ:

	\bar{y}		y	
\bar{x}	0	0	1	1
x	0	1	1	1
	\bar{z}		z	\bar{z}

Объединяем нули по такому же принципу:

	\bar{y}		y	
\bar{x}	0	0	1	1
x	0	1	1	1
	\bar{z}		z	\bar{z}

x и \bar{x} – взаимно уничтожаются, \bar{y} и \bar{z} . $\bar{y} \& \bar{z} = \bar{y} \bar{z}$

	\bar{y}		y	
\bar{x}	0	0	1	1
x	0	1	1	1

	\bar{z}	z	\bar{z}
--	-----------	-----	-----------

\bar{x} , \bar{y} и \bar{z} взаимно уничтожаются z , \bar{x} , \bar{y} .

Из получившихся конъюнкций составляем дизъюнкцию: $(\bar{y} \bar{z}) \vee (\bar{x} \bar{y})$, от нее возьмем отрицание и по правилу де – Моргана, получим конъюнкцию.

$$(\bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y}) = (\overline{\bar{y} \wedge \bar{z}}) \wedge (\overline{\bar{x} \wedge \bar{y}}) = (\bar{y} \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) = (y \vee z) \wedge (x \vee y) \text{ -мКНФ.}$$

Соответственно, карта Карнау для функции четырех переменных строится след. образом: по четверкам, третий и четвертый элементы меняются местами, и третья и четвертая четверки тоже меняются местами:

	\bar{z}		z		
\bar{x}	f(0000)	f(0001)	f(0011)	f(0010)	\bar{y}
	f(0100)	f(0101)	f(0111)	f(0110)	y
x	f(1100)	f(1101)	f(1111)	f(1110)	
	f(1000)	f(1001)	f(1011)	f(1010)	\bar{y}
	\bar{t}	t	\bar{t}		

Построение мДНФ и мКНФ аналогично.

Задача 8: Определить, является ли система полной:

а. $\{1, \oplus, \&\}$

Решение:

а. $\{1, \oplus, \&\}$

Используем теорему Поста-Яблонского, для чего для каждой функции из системы определим, к каким **замкнутым классам** она относится и к каким не относится.

	T_0	T_1	S	L	M
1	-	+	-	+	+
\oplus	+	-	+	+	-
$\&$	+	+	-	-	+

Соответственно, если функция принадлежит классу, то ставим +, иначе -.

Константа 1:

T_0 : ноль не сохраняет $f(000..0) = 1$, к КЛАССУ 1 не относится,

T_1 : Единицу сохраняет $f(111...1) = 1$, к КЛАССУ 2 относится

S : определим, является ли константа 1 самодвойственной:

Для чего запишем таблицу истинности, значение двойственной функции получается следующим образом сначала единицы заменяются на ноли. Ноли - на единицы, потом столбец записывается сверху вниз. И если столбец значений функции совпадает со столбцом двойственной функции, значит функция самодвойственная. Для константы 1 получаем:

x	y	f		f^*
0	0	1	0	0
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	1	0	0

$f \neq f^*$ следовательно константа 1 – не самодвойственная.

L: полином Жегалкина $f = 1$ не содержит конъюнкции, следовательно, функция линейна.

M: монотонность

$$f(00)=f(01)=1$$

$$f(00)=f(10)=1$$

$$f(10)=f(11)=1$$

$$f(01)=f(11)=1$$

условие монотонности выполняется, функция монотонна.

Исключающее «ИЛИ» \oplus :

T₀: ноль сохраняет $f(00) = 0$, к КЛАССУ 1 относится,

T₁: Единицу не сохраняет $f(11) = 0$, к КЛАССУ 2 не относится

S : определим, является ли \oplus самодвойственной:

x	y	\oplus		f*
0	0	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1

$f=f^*$ следовательно \oplus – самодвойственная.

L: полином Жегалкина $f = x \oplus y$ не содержит конъюнкции, следовательно, функция линейна.

M: монотонность

$$f(00) \leq f(01)$$

$$f(00) \leq f(10)$$

$$f(10) \geq f(11) \text{ условие монотонности не выполняется}$$

$$f(01) \geq f(11)$$

функция не монотонна.

Конъюнкция $\&$:

T₀: ноль сохраняет $f(00) = 0$, к КЛАССУ 1 относится,

T₁: Единицу сохраняет $f(11) = 1$, к КЛАССУ 2 относится

S : определим, является ли $\&$ самодвойственной:

x	y	$\&$		f*
0	0	0	1	0
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	1

$f \neq f^*$ следовательно $\&$ – не самодвойственная.

L: полином Жегалкина $f = x \& y$ содержит конъюнкцию, следовательно, функция не линейна.

M: монотонность

$$f(00) \leq f(01)$$

$$f(00) \leq f(10)$$

$$f(10) \leq f(11) \text{ условие монотонности выполняется}$$

$$f(01) \leq f(11)$$

функция монотонна.

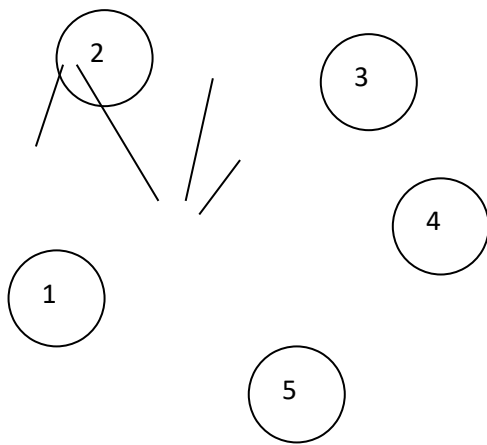
Следовательно, получили таблицу:

	T ₀	T ₁	S	L	M
По	1	-	+	-	+
	\oplus	+	-	+	-
За	$\&$	+	+	-	+

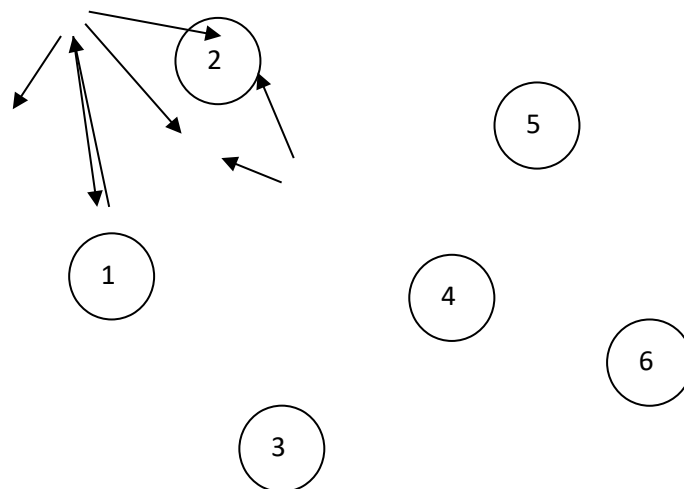
теореме Поста – Яблонского, так как в каждом столбце есть минус, следовательно, система является полной.

дача 9: Построить матрицу смежности вершин, матрицу инцидентности ребер графа

а.



b.

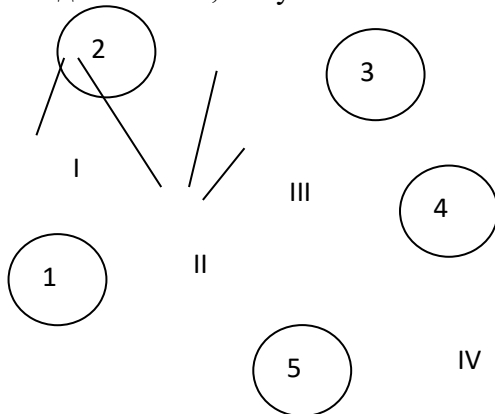


Решение:

Используем все, что мы знаем о графах, в частности матрица смежности вершин:

Все просто, если вершины смежные, то ставим 1, иначе 0. смежные вершины – имеющие одно ребро (дугу).

Следовательно, получаем:



Так

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	0
2	1	0	0	0	1
3	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	1
5	0	1	1	1	0

видно. Что матрица симметрична относительно главной диагонали. Это и понятно. Данный граф не ориентированный.

С матрицей инцидентности. Сложнее. Сначала, пронумеруем все ребра(I, II, III, IV). И если ребро и вершина инцидентны ставим 1ю. иначе – ноль.

Вершина и ребро называются инцидентными, если ребро выходит из вершины.

Решение:

Для этого нам понадобится смежности вершин:

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0

1. Сложим цифры в столбцах:

	1	2	3	4	5	6	
1	0	1	1	0	0	0	I
2	0	0	0	1	0	0	
3	0	0	0	1	0	0	
4	0	0	0	0	1	1	
5	0	0	0	0	0	1	
6	0	0	0	0	0	0	
	0	1	1	2	1	2	

2. там, где получился 0, та вершина имеет номер I (I уровень). Соответственно вершина 1 имеет уровень I.

3. из последней строки вычтем единицу, в столбце, где был ноль и в тех столбцах, где стоит в строке с этой вершиной связь (единица). Т.е. во втором столбце и в третьем столбце. Там, где получается (-1), ставим прочерк (-), эти вершины не рассматриваются:

	1	2	3	4	5	6	
1	0	1	1	0	0	0	I
2	0	0	0	1	0	0	II
3	0	0	0	1	0	0	II
4	0	0	0	0	1	1	
5	0	0	0	0	0	1	
6	0	0	0	0	0	0	
	0	1	1	2	1	2	
	-	0	0	2	1	2	

там, где получился 0, те вершины имеет номер II (II уровень). Соответственно, это вершины – 2 и 3.

1. . из последней строки вычтем единицу, в столбце, где был ноль и в тех столбцах, где стоит в строке с этой вершиной связь (единица). Т.е. четвертом столбце вычитаем 2(одна единица в второй строке и одна единица в третьей строке). Там, где получается (-1), ставим прочерк (-), эти вершины не рассматриваются

	1	2	3	4	5	6	
1	0	1	1	0	0	0	I
2	0	0	0	1	0	0	II
3	0	0	0	1	0	0	II
4	0	0	0	0	1	1	III
5	0	0	0	0	0	1	
6	0	0	0	0	0	0	
	0	1	1	2	1	2	
	-	0	0	2	1	2	
	-	-	-	0	1	2	

там, где получился 0, те вершины имеет номер III (III уровень). Соответственно вершина 4 имеет уровень III.

5. из последней строки вычтем единицу, в столбце, где был ноль и в тех столбцах, где стоит в строке с этой вершиной связь (единица). Там, где получается (-1), ставим прочерк (-), эти вершины не рассматриваются:

	1	2	3	4	5	6	
1	0	1	1	0	0	0	I
2	0	0	0	1	0	0	II
3	0	0	0	1	0	0	II
4	0	0	0	0	1	1	III
5	0	0	0	0	0	1	IV
6	0	0	0	0	0	0	
	0	1	1	2	1	2	
6.	-	0	0	2	1	2	
	-	-	-	0	1	2	
	-	-	-	-	0	1	

где получился 0, те вершины имеет номер IV (IV уровень). Соответственно вершина 5 имеет уровень IV. из последней строки вычтем единицу, в столбце, где был ноль и в тех столбцах, где стоит в строке с этой вершиной связь (единица). Там, где получается (-1), ставим прочерк (-), эти вершины не рассматриваются:

ставим прочерк (-), эти вершины не рассматриваются:

	1	2	3	4	5	6	
1	0	1	1	0	0	0	I
2	0	0	0	1	0	0	II
3	0	0	0	1	0	0	II
4	0	0	0	0	1	1	III
5	0	0	0	0	0	1	IV
6	0	0	0	0	0	0	V
	0	1	1	2	1	2	
	-	0	0	2	1	2	
	-	-	-	0	1	2	
	-	-	-	-	0	1	
	-	-	-	-	-	0	

там, где получился 0, те вершины имеет номер V (V уровень). Соответственно вершина 6 имеет

из
был

	1	2	3	4	5	6	
1	0	1	1	0	0	0	I
2	0	0	0	1	0	0	II
3	0	0	0	1	0	0	II
4	0	0	0	0	1	1	III
5	0	0	0	0	0	1	IV
6	0	0	0	0	0	0	V
	0	1	1	2	1	2	
	-	0	0	2	1	2	
	-	-	-	0	1	2	
	-	-	-	-	0	1	
	-	-	-	-	-	0	
	-	-	-	-	-	-	

уровень V.

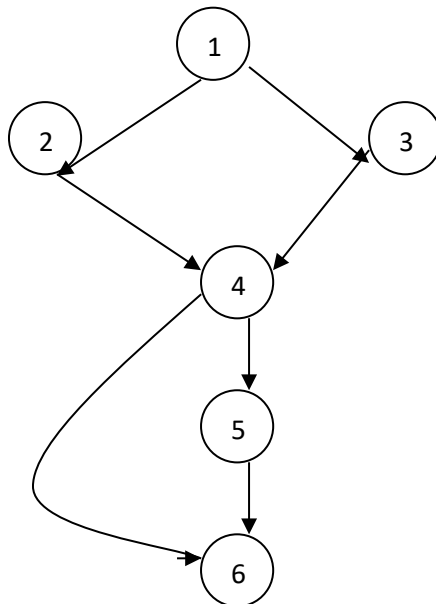
последней строки вычтем единицу, в столбце, где ноль и в тех столбцах, где стоит в строке с этой вершиной связь (единица). Там, где получается (-1), ставим прочерк (-), эти вершины не рассматриваются

Получается, что все вершины имеют свои уровни.

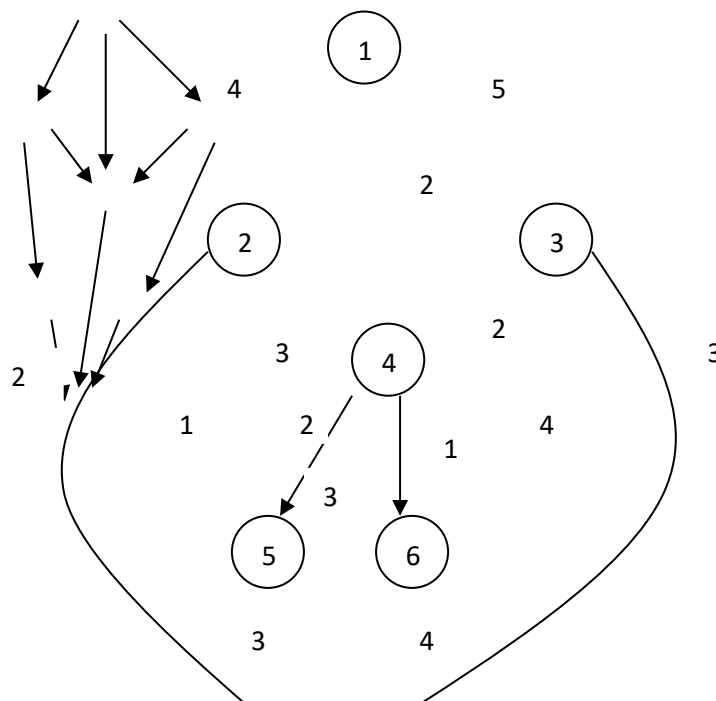
Упорядоченный граф строится следующим образом:

Сначала рисуем вершины уровня I, потом уровня II, потом уровня III, и т.д.

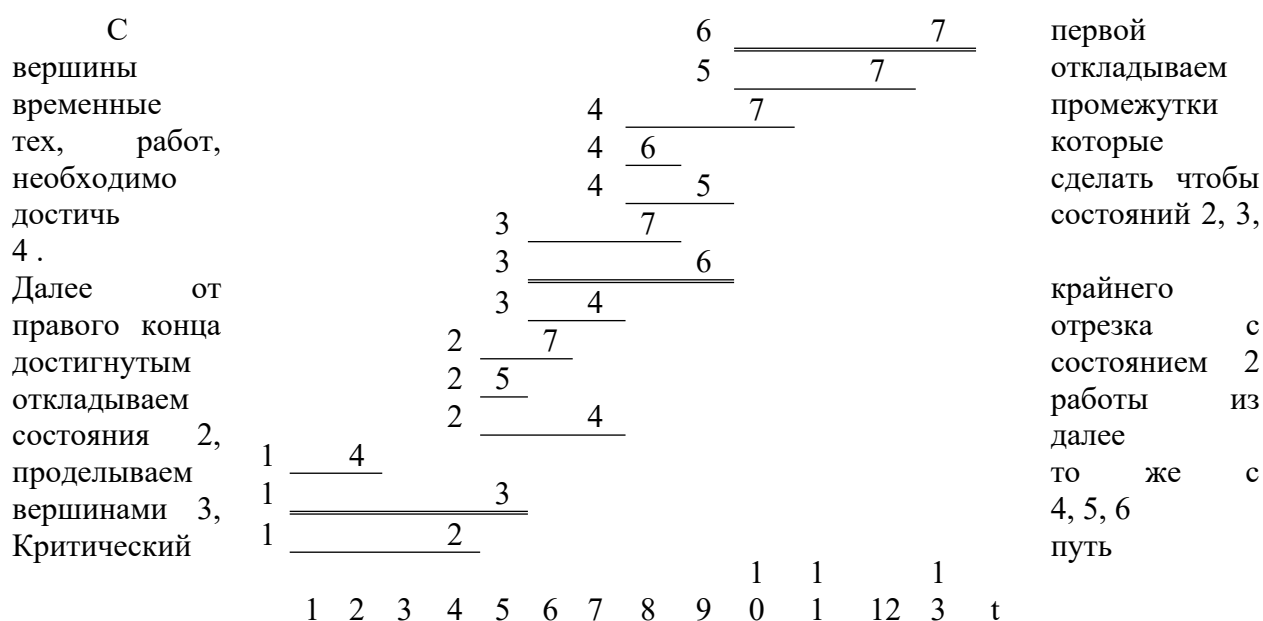
и далее рисуются все ребра. Далее вершины перенумируются, с первой по последнюю.



Задача 11: Найти критический путь графа:



Граф является упорядоченным.
Следовательно, необходимо составить временную диаграмму состояний, и по ней определить критический путь:



рассматривается из самой крайней правой точки состояния 7, работа (6,7), далее ищется то состояние 6, которое находится на одной вертикали с вершиной 6 в работе (6, 7) – это работа (3, 6), аналогично далее работа (1, 3)

Следовательно, критический путь –

(1, (1, 3), 3, (3, 6), 6, (6, 7), 7), длина этого пути равна $t=13$.

3.2.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков в ходе промежуточной аттестации

Процедура оценивания знаний (тест)

Предлагаемое количество заданий	20
Последовательность выборки	Определена по разделам
Критерии оценки	- правильный ответ на вопрос
«5» если	правильно выполнено 90-100% тестовых заданий
«4» если	правильно выполнено 70-89% тестовых заданий
«3» если	правильно выполнено 50-69% тестовых заданий

Процедура оценивания знаний (устный ответ)

Предел длительности	10 минут
Предлагаемое количество заданий	2 вопроса
Последовательность выборки вопросов из каждого раздела	Случайная
Критерии оценки	- требуемый объем и структура - изложение материала без фактических ошибок

	<ul style="list-style-type: none"> - логика изложения - использование соответствующей терминологии - стиль речи и культура речи - подбор примеров их научной литературы и практики
«5» если	требования к ответу выполнены в полном объеме
«4» если	в целом выполнены требования к ответу, однако есть небольшие неточности в изложении некоторых вопросов
«3» если	требования выполнены частично – не выдержан объем, есть фактические ошибки, нарушена логика изложения, недостаточно используется соответствующая терминологии

Процедура оценивания умений и навыков (решение проблемно-аналитических и практических учебно-профессиональных задач)

Предлагаемое количество заданий	1
Последовательность выборки	Случайная
Критерии оценки:	<ul style="list-style-type: none"> - выделение и понимание проблемы - умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения - полнота использования источников - наличие авторской позиции - соответствие ответа поставленному вопросу - использование социального опыта, материалов СМИ, статистических данных - логичность изложения - умение сделать квалифицированные выводы и обобщения с точки зрения решения профессиональных задач - умение привести пример - опора на теоретические положения - владение соответствующей терминологией
«5» если	требования к ответу выполнены в полном объеме
«4» если	в целом выполнены требования к ответу, однако есть небольшие неточности в изложении некоторых вопросов. Затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений
«3» если	требования выполнены частично – пытается обосновать свою точку зрения, однако слабо аргументирует научные положения, практически не способен самостоятельно сформулировать выводы и обобщения, не видит связь с профессиональной деятельностью

4. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

4.1. Электронные учебные издания

1. Дехтярь, М. И. Дискретная математика : учебное пособие / М. И. Дехтярь. — 4-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2022. — 181 с. — ISBN 978-5-4497-1641-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/120477.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Моисеенкова, Т. В. Дискретная математика в примерах и задачах : учебное пособие / Т. В. Моисеенкова. — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2018. — 132 с. — ISBN 978-5-7638-3967-8. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/100011.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Пашуева, И. М. Дискретная математика в информационных системах и технологиях : учебное пособие / И. М. Пашуева, А. Н. Шелковой, Н. А. Ююкин. — Воронеж : Воронежский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2018. — 183 с. — ISBN 978-5-7731-0718-7. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL:

<https://www.iprbookshop.ru/93256.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

4. Поликанова, И. В. Дискретная математика : учебное пособие / И. В. Поликанова. — Барнаул : Алтайский государственный педагогический университет, 2020. — 168 с. — ISBN 978-5-88210-968-3. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/108878.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
5. Хоменко, Т. В. Дискретная математика. Отдельные методы теории множеств и математической логики. Лабораторный практикум / Т. В. Хоменко. — Астрахань : Астраханский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2020. — 111 с. — ISBN 978-5-93026-104-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/100830.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
6. Хусаинов, А. А. Дискретная математика : учебное пособие / А. А. Хусаинов. — 2-е изд. — Комсомольск-на-Амуре, Саратов : Амурский гуманитарно-педагогический государственный университет, Ай Пи Ар Медиа, 2019. — 77 с. — ISBN 978-5-85094-384-4, 978-5-4497-0057-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/85811.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/85811>

4.2. Электронные образовательные ресурсы

1. Электронная библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» Biblio-online.ru (ЭБС «Юрайт») [Электронный ресурс]. — URL: <https://urait.ru/>.
2. Электронно-библиотечная система ZNANIUM [Электронный ресурс]. — URL: <https://znanium.com/>.
3. Электронная библиотечная система «Консультант студента» [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.studentlibrary.ru/>.
4. e-Library.ru: Научная электронная библиотека [Электронный ресурс]. — URL: <http://elibrary.ru/>.
5. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» [Электронный ресурс]. — URL: <http://cyberleninka.ru/>.
6. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. — URL: <http://window.edu.ru/>.
7. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. — URL: <http://fcior.edu.ru/>.

4.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Обучающимся обеспечен доступ (удаленный доступ) к ниже следующим современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам:

1. Словари и энциклопедии на Академике [Электронный ресурс]. — URL: <http://dic.academic.ru>.
2. Система информационно-правового обеспечения «Гарант» [Электронный ресурс]. — URL: <http://ivo.garant.ru/>.

4.4. Комплект лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства

1. Лицензионное программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных приложений Microsoft Office.
2. Свободно распространяемое программное обеспечение: свободные пакеты офисных приложений Apache Open Office, LibreOffice.

3. Программное обеспечение отечественного производства: справочно-правовая система «Гарант» (Электронный периодический справочник «Система ГАРАНТ»), образовательная платформа ЮРАЙТ (Электронная библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» Biblio-online.ru (ЭБС «Юрайт»)), электронно-библиотечная система ZNANIUM, электронная библиотечная система «Консультант студента».

4.5. Оборудование и технические средства обучения

Для реализации дисциплины (модуля) используются учебные аудитории для проведения учебных занятий, которые оснащены оборудованием и техническими средствами обучения, и помещения для самостоятельной работы обучающихся, которые оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду РХТУ им. Д.И. Менделеева. Допускается замена оборудования его виртуальными аналогами.

Наименование учебных аудиторий для проведения учебных занятий и помещений для самостоятельной работы*	Оснащенность учебных аудиторий для проведения учебных занятий и помещений для самостоятельной работы оборудованием и техническими средствами обучения
Учебные аудитории для проведения учебных занятий	Учебная аудитория укомплектована специализированной мебелью, отвечающей всем установленным нормам и требованиям, оборудованием и техническими средствами обучения (мобильное мультимедийное оборудование).
Помещение для самостоятельной работы	Помещение оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду РХТУ им. Д.И. Менделеева и к ЭБС.

* Номер конкретной аудитории указан в приказе об аудиторном фонде, расписании учебных занятий и расписании промежуточной аттестации.