

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Численные методы», включая оценочные материалы

1. Требования к результатам обучения по дисциплине (модулю)

1.1. Перечень компетенций, формируемых дисциплиной (модулем) в процессе освоения образовательной программы

Группа компетенций	Категория компетенций	Коды и содержание компетенций
Универсальные	-	-
Общепрофессиональные	-	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
Профессиональные	-	-

1.2. Компетенции и индикаторы их достижения, формируемых дисциплиной (модулем) в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Содержание индикатора компетенции
ОПК-1	ОПК-1.1	Применяет методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

1.3. Результаты обучения по дисциплине (модулю)

Цель изучения дисциплины (модуля) – формирование у обучающегося представлений о численных методах решения математических задач на ЭВМ. Основные задачи курса - углубление математического образования и развитие практических навыков в области прикладной математики. Обучающиеся должны быть готовы использовать полученные в этой области знания, как при изучении смежных дисциплин, так и в профессиональной деятельности.

В результате изучения дисциплины (модуля) обучающийся должен **знать:**

- основные методы численного решения нелинейных уравнений, систем линейных алгебраических уравнений, обыкновенных дифференциальных уравнений, численного интегрирования, приближения функций, условия и области их применения;

уметь:

- применять методы численного решения нелинейных уравнений, систем линейных алгебраических уравнений, обыкновенных дифференциальных уравнений, численного интегрирования, приближения функций и реализовывать их с помощью компьютерных средств;

владеть:

- методами численного решения нелинейных уравнений, систем линейных алгебраических уравнений, обыкновенных дифференциальных уравнений, численного интегрирования, приближения функций.

2. Объем, структура и содержание дисциплины (модуля)

2.1. Объем дисциплины (модуля)

Виды учебной работы	Формы обучения
	Очная
Общая трудоемкость: зачетные единицы/часы	2/72
Контактная работа:	54
Лекции	18
Лабораторные работы	0
Практические занятия, семинары	36
Промежуточная аттестация: зачет	0
Самостоятельная работа (СР)	18

2.2. Темы (разделы) дисциплины (модуля) с указанием отведенного на них количества часов по формам образовательной деятельности

Очная форма обучения

№ п/п		Наименование тем (разделов)	Виды учебной работы (в часах)						СР
			Контактная работа						
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				
			Л	Иные	ПЗ	С	ЛР	Иные	
1.	Введение	2	0	0	0	0	0	0	
2.	Элементы теории погрешностей	2	0	4	0	0	0	4	
3.	Численные методы решения СЛАУ	2	0	4	0	0	0	4	
4.	Решение нелинейных уравнений	2	0	6	0	0	0	4	
5.	Приближение функций	2	0	6	0	0	0	4	
6.	Численное интегрирование	2	0	6	0	0	0	4	
7.	Методы численного решения ОДУ	4	0	6	0	0	0	4	

Примечания:

Л – лекции, ПЗ – практические занятия, С – семинары, ЛР – лабораторные работы, СР – самостоятельная работа.

2.3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) и видам работ

Содержание лекционного курса

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание лекционного курса
1.	Введение	Развитие численных методов решения задач. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.
2.	Элементы теории погрешностей	Классификация и источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Значащие цифры числа. Число верных знаков. Погрешность арифметических операций. Прямая и обратная задачи теории погрешностей.
3.	Численные методы решения СЛАУ	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. LU-разложение матриц. Решение систем с помощью LU-разложения. Обращение матриц. Итерационные методы. Канонический вид итерационных методов. Метод простой итерации, метод Якоби, Зейделя, релаксации. Сходимость одношаговых итерационных методов. Метод минимальных невязок. Метод сопряженных градиентов.
4.	Решение нелинейных уравнений	Локализация корней. Метод половинного деления. Метод простой итерации, Ньютона (касательных). Методы секущих, хорд, комбинированный метод хорд и касательных.
5.	Приближение функций	Интерполирование алгебраическими многочленами. Многочлены Лагранжа, Ньютона. Погрешность интерполяционной формулы. Сплайн-интерполирование. Метод наименьших квадратов.
6.	Численное интегрирование	Простейшие квадратурные формулы. Формулы прямоугольников, трапеций. Формула Симпсона (парабол). Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (Гаусса).
7.	Методы численного решения ОДУ	Классификация численных методов решения задачи Коши для ОДУ первого порядка. Метод Эйлера, методы Рунге-Кутты второго порядка точности. Многошаговые схемы Адамса. Краевые задачи для ОДУ второго порядка. Разностные схемы решения краевой задачи ОДУ второго порядка.

Содержание занятий семинарского типа

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Тип	Содержание занятий семинарского типа
1.	Элементы теории погрешностей	ПЗ	Классификация и источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Значащие цифры числа. Число верных знаков. Погрешность арифметических операций. Прямая и обратная задачи теории погрешностей.
2.	Численные методы решения СЛАУ	ПЗ	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. LU-разложение матриц. Решение систем с помощью LU-разложения. Обращение матриц. Итерационные методы. Канонический вид итерационных методов. Метод простой итерации, метод Якоби, Зейделя, релаксации. Сходимость одношаговых итерационных методов.
3.	Решение нелинейных уравнений	ПЗ	Локализация корней. Метод половинного деления. Метод простой итерации, Ньютона (касательных).
4.	Приближение функций	ПЗ	Интерполирование алгебраическими многочленами. Многочлены Лагранжа, Ньютона. Погрешность интерполяционной формулы. Сплайн-интерполирование.
5.	Численное интегрирование	ПЗ	Простейшие квадратурные формулы. Формулы прямоугольников, трапеций. Формула Симпсона (парабол). Интерполяционные квадратурные формулы.
6.	Методы численного решения ОДУ	ПЗ	Классификация численных методов решения задачи Коши для ОДУ первого порядка. Метод Эйлера, методы Рунге-Кутты второго порядка точности. Многошаговые схемы Адамса. Краевые задачи для ОДУ второго порядка.

Содержание самостоятельной работы

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание самостоятельной работы
1.	Элементы теории погрешностей	Прямая и обратная задачи теории погрешностей.
2.	Численные методы решения СЛАУ	Метод минимальных невязок. Метод сопряженных градиентов.
3.	Решение нелинейных уравнений	Методы секущих, хорд, комбинированный метод хорд и касательных.
4.	Приближение функций	Сплайн-интерполирование. Метод наименьших квадратов.
5.	Численное интегрирование	Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (Гаусса).
6.	Методы численного решения ОДУ	Разностные схемы решения краевой задачи ОДУ второго порядка.

3. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

По дисциплине (модулю) предусмотрены следующие виды контроля качества освоения:

- текущий контроль успеваемости;
- промежуточная аттестация обучающихся по дисциплине (модулю).

3.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые темы (разделы)	Наименование оценочного средства
1.	Элементы теории погрешностей	Устный опрос. Кейсы (решение задач)
2.	Численные методы решения СЛАУ	Устный опрос. Кейсы (решение задач)
3.	Решение нелинейных уравнений	Устный опрос. Кейсы (решение задач)
4.	Приближение функций	Устный опрос. Кейсы (решение задач)
5.	Численное интегрирование	Устный опрос. Кейсы (решение задач)
6.	Методы численного решения ОДУ	Устный опрос. Кейсы (решение задач)

3.1.1 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в процессе текущего контроля успеваемости

Устный опрос. Кейсы (ситуации и задачи с заданными условиями). Решение задач Практическое занятие №1

Тема: Решение нелинейных уравнений: локализация корней уравнения и уточнение корня одним из итерационных методов (метод хорд; метод касательных; метод секущих; комбинированный метод хорд и касательных.)

Вопросы для устного опроса

1. Что значит локализовать корни нелинейного уравнения?
2. Способы локализации корней нелинейных уравнений.
3. Как определить начальное приближение в методе касательных?
4. Как определить начальное приближение в методе хорд?
5. Общий алгоритм решения нелинейных уравнений.
6. Условие окончания итераций.

Решение задач. Решить уравнение $f(x)=0$ с точностью $\varepsilon=10^{-3}$ следующими методами:

Вариант 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29 - Метод хорд

Вариант 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30 - Метод касательных

Вариант 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27 - Метод секущих

Вариант 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 - Комбинированный метод хорд и касательных

Сравнить полученное решение с решением, полученным с помощью встроенной функцией MathCAD *root*.

№ варианта	$f(x)$	№ варианта	$f(x)$
1	$\ln(x) - \frac{1}{x^2}$	16	$e^{-x} - \sqrt{x-1}$
2	$2\ln(x) - \frac{x}{2} + 1$	17	$2\sin(3x) - 1,5x$
3	$\frac{1-x}{x} - 3\cos(4x)$	18	$0,1e^{-x} - \frac{x}{2}$
4	$\operatorname{ctg}(x) - x^2$	19	$\ln(1,2x) - 1,5x + 2$
5	$\operatorname{tg}\left(\frac{x}{4}\right) - x - 2$	20	$\operatorname{tg}(2,5x) - 5x$
6	$\sqrt{x} - 3\sin(x)$	21	$\ln(x) - 2\cos(x)$
7	$\sqrt{x} - \cos\frac{x}{2}$	22	$\sqrt{2-x^2} - e^x$
8	$2\ln(x) - \frac{1}{x}$	23	$e^{-(x+1)} + x^2 + 2x - 1$
9	$x - 3\cos^2(x)$	24	$e^{-x} - 2 + x^2$
10	$\operatorname{tg}(7,5x) - 2(x+1)$	25	$xe^x - x - 1$
11	$\ln(x) - \frac{7}{2x+6}$	26	$\cos^2(x) - 0,5\cos(x) + 0.25$
12	$e^{-x} - (x-1)^2$	27	$\sin(x+2) - x^2 + 2x - 1$
13	$e^x + x^2 - 2$	28	$x - e^{-x^2}$
14	$e^x - 2(x-1)^2$	29	$x\ln(x) - x^2 + 3x - 1$
15	$e^x + 2x^2 - 3$	30	$e^{-x} - 5x^2 + 10x$

Практическое занятие №2

Тема: Решение систем линейных алгебраических уравнений итерационными методами:

- Стационарным методом (метод Якоби, метод Зейделя, метод релаксации, метод

- простых итераций).
- Нестационарным методом (метод минимальных невязок, метод сопряженных градиентов).

Вопросы для устного опроса

1. Стационарные и нестационарные итерационные методы решения СЛАУ
2. Приведите общий алгоритм решения СЛАУ итерационными методами.
3. Приведите условия сходимости стационарных итерационных методов решения СЛАУ.
4. Условие окончания итераций.

Решение задач.

1. Найти решение системы $Ax=b$ (вычисляя в MathCAD'е обратную матрицу A^{-1}) по формуле $x^* = A^{-1}b$.
2. Найти приближенное решение системы итерационным методом с точностью $\varepsilon=10^{-5}$.
 Вариант 1, 9, 17, 25 - метод Якоби, метод минимальных невязок
 Вариант 2, 10, 18, 26 - метод Зейделя, метод сопряженных градиентов
 Вариант 3, 11, 19, 27 - метод релаксации; метод минимальных невязок
 Вариант 4, 12, 20, 28 - метод простых итераций; метод сопряженных градиентов
 Вариант 5, 13, 21, 29 - метод Якоби, метод сопряженных градиентов
 Вариант 6, 14, 22, 30 - метод Зейделя, метод минимальных невязок
 Вариант 7, 15, 23 - метод релаксации; метод сопряженных градиентов
 Вариант 8, 16, 24 - метод простых итераций; метод минимальных невязок

Матрица системы определяется формулой $A=D+kC$, где k – номер варианта,

$$D = \begin{pmatrix} 1,342 & 0,432 & -0,599 & 0,202 \\ 0,202 & 1,342 & 0,432 & -0,599 \\ -0,599 & 0,202 & 1,342 & 0,432 \\ 0,432 & -0,599 & 0,202 & 1,342 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0,01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,01 \end{pmatrix},$$

$$b = \begin{pmatrix} 1,941 \\ -0,230 \\ -1,941 \\ 0,230 \end{pmatrix}$$

Практическое занятие №3

Тема. Приближение функции с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа заданной степени.

Вопросы для устного опроса

1. В чем заключается задача интерполирования?
2. Что такое интерполяционный многочлен?
3. Что такое равномерная сетка?
4. Условие интерполяции.

Решение задач. Для заданной функции $y=f(x)$ на $[a, b]$ построить интерполяционный многочлен Лагранжа $L_n(x)$ ($n=3,4,\dots,9$) для равноотстоящих узлов. Оценить погрешность (построить графики погрешности, функции и многочлена Лагранжа).

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	$f(x)$	a	b	Номер варианта	$f(x)$	a	b
1	$\sqrt{(x-2)^3(5-x)}$	2	5	16	$x^2 - 2x + \frac{16}{(x-1)} - 13$	2	5
2	$\frac{(1+x)}{(3+x^2)}$	-9	9	17	$\frac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5}$	-2	2
3	$10e^{-x}(x^3-2x+1)$	-2	2	18	$(x+1)\sqrt{8-x}$	-3	3
4	$\sin(2x) \cdot (1+x^2)$	-1	5	19	$\frac{-x^2-7x-7}{x^2-2x+2}$	2	5
5	$e^{-0.5x \cos x}$	-5	3	20	$\frac{2x^2+6}{x^2-2x+5}$	-3	3
6	$\cos x \cdot e^{2.5 \sin x}$	1	3	21	$\frac{x}{(1+2x^2)}$	-1	4
7	$x^2 \sin(2x-3)$	0	4	22	$(1+x) \sin x$	0	5
8	$\frac{x}{(3+x^2)}$	-5	5	23	$e^{-x \sin(2x)}$	-2	2
9	$\frac{(1+x^2)}{(1+x^3)}$	0	4	24	$\frac{(1-x)}{(4+x^2)}$	-2	3
10	$(x-3) \cos^2 x$	-3	3	25	$\sqrt{x} \cdot \cos(2x)$	0	4
11	$(1-x) \cos x$	0	4	26	$x^2 \cos(x+1)$	-3	3
12	$\sqrt{x} - \cos(1.5x)$	0	8	27	$x+3 \cos^2 x$	-3	3
13	$\sin 2x - 0.2x^2$	0	6	28	$x^2 + \frac{2}{x+0.1}$	0	4
14	$\frac{(\sin x + 1)}{(x^2 + 1)}$	-3	2	29	$\frac{\cos x}{1+x^2}$	-2	3
15	$\frac{1}{2}x^2 + \frac{8}{x} + 8$	-4	-1	30	$e^{-x}(x^3+1)$	-2	2

Практическое занятие №4

Тема. Построение интерполяционного кубического сплайна для функции, заданной таблицей.

Вопросы для устного опроса

1. Дайте определение интерполяционного кубического сплайна.
2. Из какого условия определяются коэффициенты сплайна?

Решение задач. Построить интерполяционный кубический сплайн для функции, заданной таблицей, и найти его значение в указанной точке. Для решения системы алгебраических уравнений применить метод прогонки. Найти решение той же задачи, используя встроенные функции системы MathCAD. Сравнить полученные результаты.

Варианты индивидуальных заданий.

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
0.25	0.7788	1.284	0.2474	0.2526	1.031	0.2449	0.2553
0.31	0.7334	1.363	0.3051	0.3150	1.048	0.3004	0.3203
0.36	0.6977	1.433	0.3523	0.3678	1.066	0.3452	0.3764
0.39	0.6771	1.477	0.3802	0.4000	1.077	0.3714	0.4111
0.43	0.6505	1.537	0.4169	0.4434	1.094	0.4053	0.4586
0.47	0.6250	1.600	0.4529	0.4875	1.112	0.4382	0.5080
0.52	0.5945	1.682	0.4969	0.5438	1.138	0.4777	0.5726
0.56	0.5712	1.751	0.5312	0.5897	1.161	0.5080	0.6269
0.64	0.5273	1.896	0.5972	0.6846	1.212	0.5649	0.7445
0.66	0.5169	1.935	0.6131	0.7090	1.226	0.5784	0.7761
0.71	0.4916	2.034	0.6518	0.7712	1.263	0.6107	0.8595
x:	0.41	0.42	0.40	0.45	0.49	0.53	0.54

Номер варианта	8	9	10	11	12	13	14
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
0.24	1.2711	0.2355	1.029	0.7866	0.2423	0.2447	0.2374
0.26	1.297	0.2544	1.034	0.7711	0.2629	0.2660	0.2571
0.27	1.310	0.2637	1.037	0.7634	0.2733	0.2768	0.2667
0.29	1.336	0.2823	1.042	0.7483	0.2941	0.2984	0.2860
0.30	1.350	0.2915	1.045	0.7408	0.3045	0.3093	0.2955
0.32	1.377	0.3097	1.052	0.7261	0.3255	0.3314	0.3146
0.37	1.448	0.3544	1.069	0.6907	0.3785	0.3879	0.3616
0.38	1.462	0.3631	1.073	0.6839	0.3892	0.3994	0.3709
0.42	1.522	0.3976	1.090	0.6570	0.4325	0.4466	0.4078
0.49	1.632	0.4556	1.122	0.6126	0.5098	0.5334	0.4706
0.59	1.804	0.5330	1.179	0.5543	0.6248	0.6696	0.5564
x:	0.31	0.33	0.41	0.48	0.51	0.45	0.53

Номер варианта	15	16	17	18	19	20	21
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
1.2	0.0792	0.1823	1.063	0.3012	1.492	0.6703	0.7293
1.3	0.1139	0.2624	1.091	0.2725	1.935	0.5169	1.0495
1.4	0.1461	0.3365	1.119	0.2466	2.293	0.4350	1.3459
1.6	0.2041	0.4700	1.170	0.2019	3.561	0.2800	1.8800
1.7	0.2304	0.5306	1.193	0.1827	3.935	0.2541	2.1225
1.9	0.2788	0.6419	1.239	0.1496	4.055	0.2466	2.5674
2.1	0.3222	0.7419	1.281	0.1225	4.665	0.2144	2.9677
2.2	0.3424	0.7885	1.301	0.1108	5.529	0.1809	3.1538
2.4	0.3802	0.8755	1.339	0.0907	7.538	0.1327	3.5019
2.6	0.4150	0.9555	1.375	0.0743	12.182	0.0821	3.8220
2.7	0.4314	0.9933	1.392	0.0672	16.281	0.0614	3.9730
x:	2.3	2.0	1.8	2.5	1.61	1.39	2.43

Номер варианта	22	23	24	25	26	27	28
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k

Номер варианта	22	23	24	25	26	27	28
1.24	0,8604	1,2350	0,8539	1,1973	2,0127	0,6419	0,9929
1.27	0,9561	1,1980	0,6824	0,9863	1,7427	0,5993	0,8473
1.3	1,0495	1,1626	0,5727	0,8518	1,5792	0,5664	0,7512
1.32	1,1105	1,1398	0,5190	0,7863	1,5038	0,5477	0,7029
1.34	1,1707	1,1177	0,4756	0,7336	1,4462	0,5310	0,6629
1.37	1,2592	1,0855	0,4241	0,6712	1,3834	0,5085	0,6139
1.4	1,3459	1,0547	0,3840	0,6229	1,3403	0,4884	0,5742
1.42	1,4026	1,0347	0,3617	0,5962	1,3195	0,4760	0,5515
1.45	1,4863	1,0058	0,3335	0,5626	1,2973	0,4589	0,5217
1.47	1,5410	0,9871	0,3174	0,5434	1,2872	0,4482	0,5042
1.49	1,5951	0,9689	0,3029	0,5264	1,2803	0,4380	0,4881
х:	1.29	1.31	1.39	1.44	1.26	1.48	1.33

Практическое занятие №5

Тема. Приближение функций, заданных таблицей, по методу наименьших квадратов.

Литература:

4. Киреев, В.И. численные методы в примерах и задачах: учеб. пособие/В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. – 2-е изд. стер. – М.: Высш. шк., 2006. – 480 с., с. 162-170.

Вопросы для устного опроса

1. В чем заключается подбор эмпирических формул?
2. Суть метода наименьших квадратов
3. В чем отличие интерполирования от построения сглаживающих многочленов?

Решение задач. Методом наименьших квадратов построить многочлен второй степени, аппроксимирующий функцию, заданную таблично, построить график.

Для этой же функции построить многочлен первой степени, пользуясь встроенными функциями системы MathCAD для линейной регрессии. Графически сравнить полученные результаты.

Варианты индивидуальных заданий.

Номер вариант а	1	2	3	4	5	6	7
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
0.25	0.7788	1.284	0.2474	0.2526	1.031	0.2449	0.2553
0.31	0.7334	1.363	0.3051	0.3150	1.048	0.3004	0.3203
0.36	0.6977	1.433	0.3523	0.3678	1.066	0.3452	0.3764
0.39	0.6771	1.477	0.3802	0.4000	1.077	0.3714	0.4111
0.43	0.6505	1.537	0.4169	0.4434	1.094	0.4053	0.4586
0.47	0.6250	1.600	0.4529	0.4875	1.112	0.4382	0.5080

Номер вариант а	8	9	10	11	12	13	14
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
0.24	1.2711	0.2355	1.029	0.7866	0.2423	0.2447	0.2374
0.26	1.297	0.2544	1.034	0.7711	0.2629	0.2660	0.2571
0.27	1.310	0.2637	1.037	0.7634	0.2733	0.2768	0.2667
0.29	1.336	0.2823	1.042	0.7483	0.2941	0.2984	0.2860
0.30	1.350	0.2915	1.045	0.7408	0.3045	0.3093	0.2955

0.32	1.377	0.3097	1.052	0.7261	0.3255	0.3314	0.3146
------	-------	--------	-------	--------	--------	--------	--------

Номер варианта	15	16	17	18	19	20	21
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
1.2	0.0792	0.1823	1.063	0.3012	1.492	0.6703	0.7293
1.3	0.1139	0.2624	1.091	0.2725	1.935	0.5169	1.0495
1.4	0.1461	0.3365	1.119	0.2466	2.293	0.4350	1.3459
1.6	0.2041	0.4700	1.170	0.2019	3.561	0.2800	1.8800
1.7	0.2304	0.5306	1.193	0.1827	3.935	0.2541	2.1225
1.9	0.2788	0.6419	1.239	0.1496	4.055	0.2466	2.5674

Номер варианта	22	23	24	25	26	27	28
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
1.24	0,8604	1,2350	0,8539	1,1973	2,0127	0,6419	0,9929
1.27	0,9561	1,1980	0,6824	0,9863	1,7427	0,5993	0,8473
1.3	1,0495	1,1626	0,5727	0,8518	1,5792	0,5664	0,7512
1.32	1,1105	1,1398	0,5190	0,7863	1,5038	0,5477	0,7029
1.34	1,1707	1,1177	0,4756	0,7336	1,4462	0,5310	0,6629
1.37	1,2592	1,0855	0,4241	0,6712	1,3834	0,5085	0,6139

Практическое занятие №6

Тема: Приближенное вычисление определенного интеграла с помощью квадратурных формул.

$$J = \int_a^b f(x) dx = J_n + R_n, \quad J_n = \sum_{k=0}^n c_k f(x_k)$$

, где

Вопросы для устного опроса

1. В чем состоит задача численного интегрирования?
2. Дайте определение квадратурной формулы?
3. Что лежит в основе вывода квадратурных формул интерполяционного типа?
4. За счет чего достигается большая точность в квадратурной формуле Гаусса?

Решение задач.

- 1) Вычислить значения J_n для различных значений $n=2^k$, $k=1, \dots, 6$ по заданной квадратурной формуле: Вариант 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28 - обобщенные формулы прямоугольников
Вариант 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29 - обобщенные формулы трапеций
Вариант 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30 - обобщенные формулы Симпсона
- 2) Вычислить значение J_n по квадратурной формуле интерполяционного типа при заданном значении n .
- 3) Вычислить значение J_n для различных значений $n=1, \dots, 8$ по квадратурной формуле Гаусса.

Элементы формулы Гаусса

n	i	t_i	C_i
1	1	0	2
2	2,1	± 0.57735027	1
3	3,1 2	± 0.77459667 0	0.55555556 0.88888889
4	4,1 3,2	± 0.86113631 ± 0.33998104	0.34785484 0.65214516
5	5,1 4,2	± 0.90617985 ± 0.53846931	0.23692688 0.47862868

n	i	t _i	C _i
	3	0	0.56888889
6	6,1	±0.93246951	0.17132450
	5,2	±0.66120939	0.36076158
	4,3	±0.23861919	0.46791394
7	7,1	±0.94910791	0.12948496
	6,2	±0.74153119	0.27970540
	5,3	±0.40584515	0.38183006
	4	0	0.41795918
8	8,1	±0.96028986	0.10122854
	7,2	±0.79666648	0.22238104
	6,3	±0.52553242	0.31370664
	5,4	±0.18343464	0.36268378

Варианты индивидуальных заданий:

Номер варианта	$f(x)$	a	b	Номер варианта	$f(x)$	a	b
1	$\frac{1}{\sqrt{2 \cdot x^2 + 1}}$	1	4	16	$\frac{x^2 + 0.5}{\sqrt{x^2 + 1}}$	-3	0
2	$\frac{\lg(x+2)}{x}$	0.5	2	17	$\frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x + 2}$	0	3
3	$\frac{\sin(2 \cdot x)}{x^2}$	0.5	3	18	$\frac{\cos x}{x^2 + 1}$	0	4
4	$\frac{\operatorname{tg}(x^2)}{x^2 + 1}$	0.2	1	19	$\frac{\sqrt{x} + 1}{\operatorname{ctg}(2 \cdot x)}$	0.1	2
5	$\frac{\cos x}{x + 1}$	0	3	20	$\frac{\sqrt{x}}{2} \cdot \sin \frac{x}{2}$	1	4
6	$\frac{1}{\sqrt{0.5 \cdot x^2 + 1}}$	-1	3	21	$\cos(1 - 2x)$	0	$\pi/2$
7	$\frac{\sin(x^2 - 1)}{2 \cdot \sqrt{x}}$	2	5	22	$\frac{\cos x}{x + 2}$	0.4	2
8	$\frac{\sin x}{x + 1}$	0.5	2	23	$\frac{\lg(x^2 + 2)}{x + 1}$	1	3
9	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$	-2	2	24	$x^2 \cos 3x$	0.6	2
10	$\frac{\operatorname{tg}(x^2 + 0.5) - 1}{2 \cdot x^2 + 1}$	-1	1	25	$x - e^{2x}$	-1	1
11	$\frac{\lg(x^2 + 2)}{x + 1}$	0	2	26	$\sqrt{1+x} \lg(x+1)$	0	2
12	$\frac{1}{\sqrt{2 \cdot x^2 + 0.5}}$	-3	1	27	$(3x+2) \cos$	0.2	1
13	$\frac{x}{2} \cdot \lg \left[\frac{x^2}{2} \right]$	1	3	28	$\ln(2+3x)$	0	2
14	$\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$	-2	1	29	$\sqrt{x-1}$	1	3

Номер варианта	$f(x)$	a	b	Номер вариан та	$f(x)$	a	b
15	$\frac{x^2}{\sqrt{x+1}}$	2	4	30	$\sin x + x^2$	0	π

Практическое занятие №7

Тема: Численное решение задачи Коши для ОДУ первого порядка с помощью одношаговых и многошаговых разностных схем

Вопросы для устного опроса

1. Что такое разностная схема?
2. Что такое погрешность аппроксимации разностной схемы?

Решение задач. Найти приближенные решения задачи Коши,

$$u' = f(x, u), u(0) = 0$$

на отрезке $[0, 1]$ с точностью $O(10^{-4})$, используя один из четырех методов:

Вариант	Метод
1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29	простейший метод Эйлера первого порядка точности,
2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30	модифицированный метод Эйлера второго порядка,
3, 7, 11, 15, 19, 23, 27	метод Рунге-Кутты второго порядка,
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28	явный метод Адамса второго порядка,

Оценить погрешность приближенного решения по методу Рунге:

$$\|u - y_k\| \approx \frac{\|y_k - y_{2k}\|}{2^a - 1}$$

где y_h - приближенное решение, полученное с шагом h , a - порядок точности метода.

Варианты индивидуальных заданий.

Номер варианта	$f(x, u)$	Номер варианта	$f(x, u)$
1	$\cos(x+u) + \frac{3}{2} \cdot (x-u)$	14	$(0.7-u^2) \cdot \cos x + 0.3 \cdot u$
2	$0.6 \cdot \sin x - 1.2 \cdot u^2 + 1$	15	$1 + \frac{1}{5} \cdot u \cdot \sin x - u^2$
3	$1 - \sin(u+2x) + \frac{0.5 \cdot u}{2+x}$	16	$1 + (0.7-x) \cdot \sin x - 1.2 \cdot xu$
4	$\cos(2x+u) + \frac{3}{2} \cdot (x-u)$	17	$0.8 \cdot e^{-(0.8+xu)} + 0.6 \cdot x^2 u$
5	$\frac{\cos u}{1+x} - \frac{u^2}{2}$	18	$\cos(1.75 \cdot x + u) + 1.2 \cdot (x-u)$
6	$1 - \frac{0.1 \cdot x}{u+2} - \sin(2x+u)$	19	$1 - \sin(2x+u) + \frac{0.5 \cdot u^2}{2+x}$
7	$(0.8-u^2) \cdot \cos x + 0.4 \cdot u$	20	$\frac{\cos u}{1.25+x} - 0.3 \cdot u^2$
8	$\frac{\cos u}{1.25+x} - 0.1 \cdot u^2$	21	$1 + (1.2-x) \cdot \sin u - u \cdot (1+x)$
9	$1 + 0.6 \cdot u \cdot \sin x - 1.5 \cdot u^2$	22	$(0.9-u^2) \cdot \cos x + 0.5 \cdot u$
10	$\cos(1.5 \cdot x + u) + 1.5 \cdot (x-u)$	23	$1 + 0.8 \cdot u \cdot \sin x - 1.75 \cdot u^2$

Номер варианта	$f(x,u)$	Номер варианта	$f(x,u)$
11	$0.2 \cdot e^{-xu} + 0.3 \cdot (x^2 + u)$	24	$0.4 \cdot e^{-(0.4+xu)} + 0.4 \cdot (x+u)$
12	$u \cdot \cos^2\left(u - \frac{x}{2}\right) + 0.1 \cdot x^2$	25	$1 - x \sin 2u - (0.6 + x)u$
13	$\frac{\cos u}{1.5 + x} - 0.1 \cdot u^2$	26	$\cos(x + u + xu) - 1.3 \cdot x$

Практическое занятие №8

Тема: Численное решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.

Решение задач. Найти приближенное решение двухточечной краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка в самосопряженной форме:

$$(k(x) \cdot u')' - q(x)u = 0$$

на отрезке $[0, 2]$ с краевыми условиями первого рода:

$$u(0) = \mu_1, u(2) = \mu_2$$

Воспользоваться трехточечной разностной схемой второго порядка аппроксимации. Для ее решения применить метод прогонки.

Варианты индивидуальных заданий.

Номер варианта	$k(x)$	$q(x)$	μ_1	μ_2
1	$1+x^2$	$0.5x$	0	1
2	$1+x$	$0.2x^2$	-1	1
3	$\ln(2+x)$	$\sqrt{1+x}$	0	2
4	$1+0.5x^2$	$\frac{1}{1+x}$	2	0
5	$\frac{1}{2+\sqrt{x}}$	$0.7x$	3	1
6	$1-0.1x^2$	$0.6\ln(1+x)$	0	3
7	$\frac{1}{1+x^2}$	$1+0.3 \cdot x$	0.5	2.5
8	e^{-x}	$0.4 \cdot \sqrt{x+1}$	-1	3
9	$1+0.3 \cdot x^2$	$\ln(1+x)$	0	4
10	$1+e^{-x}$	$\frac{x^2}{2}$	1.5	3
11	$1+\frac{\sqrt{x+2}}{2}$	$\frac{2}{1+2x^2}$	-1	3
12	$1+\ln(1+x)$	$2\sqrt{x}$	0	4
13	$\frac{1}{2+x^2}$	$\frac{1+\sin x}{5}$	-1.5	3
14	$0.2+e^{-x}$	$0.6 \cdot x$	4	0
15	$0.5+x^3$	$\ln(1+x^2)$	2	4.5
16	$2+x$	$\frac{e^{-x}}{10}$	2.5	-1.5
17	$\frac{1}{2 \cdot (1+\ln x)}$	$1+\frac{x}{10}$	1	1
18	$2+\frac{x^2}{10}$	e^x	-3.5	1

Номер варианта	$k(x)$	$q(x)$	μ_1	μ_2
19	$\ln(3.5 + x)$	$\frac{x^2}{5}$	-2	2
20	$\frac{3}{2} \cdot \sin(x+1)$	$\frac{3 \cdot x}{10}$	3	1.5
21	$1 - 0.2 \cdot x^2$	$\sqrt{x^2 + 1}$	-0.5	2
22	$\sqrt{x^2 + \frac{1}{2}}$	e^{-x^2}	-2.5	2.5
23	$1 + \frac{3x}{10}$	$\frac{\cos x}{5} + 1$	2.5	-0.5
24	$\frac{1}{1 + e^{-x}}$	$\frac{2x}{5} + 2$	3	1
25	$\frac{1}{2} + \frac{x}{10}$	e^{x-2}	1.5	4
26	$4 - \frac{x^2}{2}$	$\frac{3}{5} + \frac{1}{x^2}$	4	0
27	$1.5 \cdot \cos(x-1)$	$1.2 \cdot x^2$	1.3	2
28	$1 + 2.5 \cdot \sqrt{x+1}$	$\ln(2 + x^2)$	-2	0.7
29	$0.5 \cdot \sin(x+3)$	$0.2 \cdot x^2 + 0.3$	5	1.2
30	$\frac{2}{2 + e^{-x}}$	$1.2 + \ln(1 + x^2)$	0.8	2.6

3.1.2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в ходе текущего контроля успеваемости

Устный ответ

Оценка знаний предполагает дифференцированный подход к обучающемуся, учет его индивидуальных способностей, степень усвоения и систематизации основных понятий и категорий по дисциплине. Кроме того, оценивается не только глубина знаний поставленных вопросов, но и умение использовать в ответе практический материал. Оценивается культура речи, владение навыками ораторского искусства.

Критерии оценивания: последовательность, полнота, логичность изложения, анализ различных точек зрения, самостоятельное обобщение материала, использование профессиональных терминов, культура речи, навыки ораторского искусства. Изложение материала без фактических ошибок.

Оценка «отлично» ставится в случае, когда материал излагается исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно, при этом раскрываются не только основные понятия, но и анализируются точки зрения различных авторов. Обучающийся не затрудняется с ответом, соблюдает культуру речи.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, знает практическую базу, но при ответе на вопрос допускает несущественные погрешности.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении материала, затрудняется с ответами, показывает отсутствие должной связи между анализом, аргументацией и выводами.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся не отвечает на

поставленные вопросы.

Кейсы (ситуации и задачи с заданными условиями)

Обучающийся должен уметь выделить основные положения из текста задачи, которые требуют анализа и служат условиями решения. Исходя из поставленного вопроса в задаче, попытаться максимально точно определить проблему и соответственно решить ее.

Задачи могут решаться устно и/или письменно. При решении задач также важно правильно сформулировать и записать вопросы, начиная с более общих и, кончая частными.

Критерии оценивания – оценка учитывает методы и средства, использованные при решении ситуационной, проблемной задачи.

Оценка «отлично» ставится в случае, когда обучающийся выполнил задание (решил задачу), используя в полном объеме теоретические знания и практические навыки, полученные в процессе обучения.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся в целом выполнил все требования, но не совсем четко определяется опора на теоретические положения, изложенные в научной литературе по данному вопросу.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся показал положительные результаты в процессе решения задачи.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся не выполнил все требования.

3.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

3.2.1. Критерии оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Шкала оценивания	Результаты обучения	Показатели оценивания результатов обучения
ОТЛИЧНО	Знает:	- обучающийся глубоко и всесторонне усвоил материал, уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы, - на основе системных научных знаний делает квалифицированные выводы и обобщения, свободно оперирует категориями и понятиями.
	Умеет:	- обучающийся умеет самостоятельно и правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, используя научные понятия, ссылаясь на нормативную базу.
	Владеет:	- обучающийся владеет рациональными методами (с использованием рациональных методик) решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении продемонстрировал навыки - выделения главного, - связкой теоретических положений с требованиями руководящих документов, - изложения мыслей в логической последовательности, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
ХОРОШО	Знает:	- обучающийся твердо усвоил материал, достаточно грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы, - затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений, оперирует категориями и понятиями, но не всегда правильно их верифицирует.
	Умеет:	- обучающийся умеет самостоятельно и в основном правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, не в полной мере используя научные понятия и ссылки на нормативную базу.
	Владеет:	- обучающийся в целом владеет рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении смог продемонстрировать достаточность, но не

		<p>глубинность навыков,</p> <ul style="list-style-type: none"> - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности, - связи теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся ориентируется в материале, однако затрудняется в его изложении; - показывает недостаточность знаний основной и дополнительной литературы; - слабо аргументирует научные положения; - практически не способен сформулировать выводы и обобщения; - частично владеет системой понятий.
	Умеет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся в основном умеет решить учебно-профессиональную задачу или задание, но допускает ошибки, слабо аргументирует свое решение, недостаточно использует научные понятия и руководящие документы.
	Владеет:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся владеет некоторыми рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; <p>При решении продемонстрировал недостаточность навыков</p> <ul style="list-style-type: none"> - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности, - связи теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся не усвоил значительной части материала; - не может аргументировать научные положения; - не формулирует квалифицированных выводов и обобщений; - не владеет системой понятий.
	Умеет:	<p>обучающийся не показал умение решать учебно-профессиональную задачу или задание.</p>
	Владеет:	<p>не выполнены требования, предъявляемые к навыкам, оцениваемым «удовлетворительно».</p>

3.2.2. Контрольные задания и/или иные материалы для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов для устных ответов (варианты теста)

1. Приближенным числом a называется число

- незначительно отличающееся от точного числа A и заменяющее его в вычислениях
- отличающееся от точного числа A и заменяющее его в вычислениях
- незначительно отличающееся от точного числа A
- заменяющее точное число A в вычислениях

2. Относительная погрешностью δa находится по формуле

- $\delta a = \Delta a \cdot |A|$ $\delta a = \Delta a \cdot |A|$
- $\delta a = |A - a|$ $\delta a = |A - a|$
- $\delta a = \frac{\Delta a}{|A|}$ $\delta a = \frac{\Delta a}{|A|}$
- $\delta a = \frac{|A|}{\Delta a}$ $\delta a = \frac{|A|}{\Delta a}$

3. Заданы два приближенных числа $a = 3 \pm 0,2$, $b = 5,3 \pm 0,03$. Тогда предельная абсолютная погрешность разности этих чисел равна...

- 0,23
- 0,17
- 0,2

4. Предельная абсолютная погрешность числа $a=31,2345$, у которого все цифры верные (в широком смысле) равна...
- 0,00001
 - 0,0001
 - 0,0005
 - 0,00005
5. Три итерации по методу половинного деления при решении уравнения $x^2 - 45,4 = 0$ на отрезке $[0; 8]$ требуют последовательного вычисления значений функции $f(x) = x^2 - 45,4$ в точках...
- $x_1 = 4$; ❌❌
 - $x_1 = 4$; ❌❌
 - $x_1 = 5$; ❌❌
 - $x_1 = 4$; ❌❌
6. Один из корней уравнения $x^3 - 12x - 4 = 0$ локализован на интервале $[2, 5]$, тогда при уточнении этого корня методом хорд за точку x_0 начального приближения следует принять ...
- $x_0 = 2$
 - $x_0 = 4$
 - $x_0 = 5$
7. Действительный корень уравнения $x^3 + 2x - 1$ принадлежит интервалу...
- $\left(0; \frac{1}{2}\right)$
 - $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$
 - $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$
 - $\left(1; \frac{3}{2}\right)$
8. Отделить (локализовать) корни нелинейного уравнения - это значит
- разбить всю область допустимых значений на отрезки, в каждом из которых содержится один корень
 - разбить всю область допустимых значений на отрезки, в каждом из которых содержится не менее одного корня
 - разбить всю область допустимых значений на отрезки, в каждом из которых содержится не более одного корня
9. При применении метода касательных при выборе начального приближения корня необходимо руководствоваться следующим правилом: за исходную точку следует выбирать тот конец отрезка $[a, b]$, в котором
- знак функции совпадает со знаком второй производной.
 - знак функции не совпадает со знаком второй производной.
 - знак функции совпадает со знаком первой производной.
 - знак функции не совпадает со знаком первой производной.
10. Итерационный процесс решения системы линейных алгебраических уравнений сходится, если для нормы матрицы перехода S выполняется условие...
- $\|S\| < 1$
 - $\|S\| > 1$
 - $\|S\| = 1$
11. Необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений с точностью $\varepsilon > 0$. Итерационный процесс решения системы продолжается, пока

- a. $\max_{1 \leq i \leq m} |x_i^{n+1} - x_i^n| < \varepsilon$
 b. $\max_{1 \leq i \leq m} |x_i^{n+1} - x_i^n| > \varepsilon$
 c. $\max_{1 \leq i \leq m} |x_i^{n+1} - x_i^n| = \varepsilon$

12. Методы, позволяющие за конечное число действий найти точное решение системы, если входная информация задана точно и вычисления велись без округлений – это

- a. Прямые методы
 b. Итерационные методы
 c. Приближенные методы

13. Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	4	8

Тогда интерполяционный многочлен, аппроксимирующий эту функцию равен...

- a. $P(x) = x^2 - x + 2$
 b. $P(x) = x^2 - 2x + 3$
 c. $P(x) = x^2 - 3x + 4$
 d. $P(x) = x^2 - 4x + 5$

14. Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	4	3

Тогда ее линейная аппроксимация по методу наименьших квадратов имеет вид...

- e. $0,5x + 2$
 a. $0,5x - 1$
 b. $0,5x + 1$

15. Если аппроксимирующая функция составляется из отдельных многочленов, как правило, одинаковой небольшой степени, определенных каждый на своей части отрезка $[a, b]$, то такая аппроксимация называется

- a. Интерполирование сплайнами
 b. Интерполирование алгебраическими многочленами
 c. Приближение эмпирическими формулами

16. Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	0	2	6	5	3	1	0

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленный методом трапеций с шагом $h=1$ равен...

- a. 19
 b. 17
 c. 13
 d. 14

17. Используя метод Эйлера, найти значение функции y , определяемой дифференциальным уравнением $\frac{dy}{dx} = xy + 2$ при начальном условии $y(0)=1$, шаг $h=0,1$. Найти только y_1 :

- a. 1,1
- b. 1,4
- c. 0,9
- d. 1,2

18. Необходимо решить уравнение $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ с точностью $O(10^{-4})$. Чему равен шаг h , если разностная схема имеет второй порядок точности?

- a. 10^{-2}
- b. 10^{-4}
- c. 10^{-1}
- d. 10

Ключ к тесту: 1-а, 2-с, 3-а, 4-б, 5-а, 6-а, 7-а, 8-а, 9-а, 10-а, 11-б, 12-а, 13-а, 14-а, 15-а, 16-б, 17-д, 18-а.

Список вопросов для устных ответов

1. Роль численных методов.
2. Источники и классификация погрешностей.
3. Абсолютная и относительная погрешности. Десятичная запись числа. Значащая цифра. Число верных знаков.
4. Погрешность арифметических операций. Прямая и обратная задачи теории погрешностей.
5. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Прямые методы. Метод Гаусса.
6. LU-разложение матриц. Решение линейных систем с помощью LU-разложения.
7. Обращение матриц.
8. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы решения. Метод Якоби. Метод Зейделя. Каноническая форма. Метод простой итерации. Метод релаксации.
9. Сходимость стационарных итерационных методов.
10. Оценки скорости сходимости стационарных методов.
11. Итерационные методы вариационного типа. Метод минимальных невязок. Метод сопряженных градиентов.
12. Решение нелинейных уравнений. Локализация корней. Метод простой итерации.
13. Решение нелинейных уравнений. Метод Ньютона. Метод секущих.
14. Решение нелинейных уравнений. Метод половинного деления. Метод хорд. Комбинированный метод хорд и касательных.
15. Интерполирование и приближение функций. Интерполяционная формула Лагранжа.
16. Интерполирование и приближение функций. Интерполяционная формула Ньютона.
17. Погрешность интерполяционной формулы.
18. Сплайн-интерполирование: интерполяционный кубический сплайн. Метод прогонки.
19. Приближение функций эмпирическими формулами. Метод наименьших квадратов.
20. Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций. Формула Симпсона.
21. Квадратурные формулы интерполяционного типа. Вывод формул. Оценка погрешностей.
22. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической точности.
23. Классификация методов численного решения ОДУ.
24. Метод Эйлера. Разностная схема.

25. Методы Рунге-Кутты второго порядка точности.
26. Многошаговые схемы Адамса: явные и неявные. Нахождение решения неявной разностной схемы Адамса.
27. Краевые задачи для ОДУ 2-го порядка. Метод стрельбы.
28. Разностные схемы для краевой задачи ОДУ 2-го порядка. Простейшая задача. Разностная аппроксимация второй производной. Построение трехточечной разностной схемы 2-го порядка аппроксимации.
29. Сходимость трехточечной разностной схемы.
30. Краевые условия 2-го и 3-го рода.

3.2.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков в ходе промежуточной аттестации

Процедура оценивания знаний (тест)

Предлагаемое количество заданий	20
Последовательность выборки	Определена по разделам
Критерии оценки	- правильный ответ на вопрос
«5» если	правильно выполнено 90-100% тестовых заданий
«4» если	правильно выполнено 70-89% тестовых заданий
«3» если	правильно выполнено 50-69% тестовых заданий

Процедура оценивания знаний (устный ответ)

Предел длительности	10 минут
Предлагаемое количество заданий	2 вопроса
Последовательность выборки вопросов из каждого раздела	Случайная
Критерии оценки	- требуемый объем и структура - изложение материала без фактических ошибок - логика изложения - использование соответствующей терминологии - стиль речи и культура речи - подбор примеров их научной литературы и практики
«5» если	требования к ответу выполнены в полном объеме
«4» если	в целом выполнены требования к ответу, однако есть небольшие неточности в изложении некоторых вопросов
«3» если	требования выполнены частично – не выдержан объем, есть фактические ошибки, нарушена логика изложения, недостаточно используется соответствующая терминология

Процедура оценивания умений и навыков (решение проблемно-аналитических и практических учебно-профессиональных задач)

Предлагаемое количество заданий	1
Последовательность выборки	Случайная
Критерии оценки:	- выделение и понимание проблемы - умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения - полнота использования источников - наличие авторской позиции - соответствие ответа поставленному вопросу - использование социального опыта, материалов СМИ, статистических данных - логичность изложения - умение сделать квалифицированные выводы и обобщения с точки зрения решения профессиональных задач - умение привести пример - опора на теоретические положения - владение соответствующей терминологией
«5» если	требования к ответу выполнены в полном объеме
«4» если	в целом выполнены требования к ответу, однако есть небольшие неточности в изложении некоторых вопросов. Затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений
«3» если	требования выполнены частично – пытается обосновать свою точку зрения, однако слабо аргументирует научные

	положения, практически не способен самостоятельно сформулировать выводы и обобщения, не видит связь с профессиональной деятельностью
--	--

4. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

4.1. Электронные учебные издания

1. Андреева, О. В. Информатика: численные методы : учебное пособие / О. В. Андреева, М. С. Бесфамильный, О. И. Ремизова. — Москва : Издательский Дом МИСиС, 2019. — 94 с. — ISBN 978-5-906061-01-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/98170.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Достоверные вычисления. Базовые численные методы / У. Кулиш, Д. Рац, Р. Хаммер, М. Хокс ; перевод А. Г. Яковлев ; под редакцией В. Я. Крейнвича, А. Н. Соболевского, А. Г. Яковлева. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 495 с. — ISBN 978-5-4344-074-1. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/91929.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Олегин, И. П. Введение в численные методы : учебное пособие / И. П. Олегин, Д. А. Красноруцкий. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2018. — 115 с. — ISBN 978-5-7782-3632-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/91332.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
4. Сафарьян, О. А. Численные методы в задачах математического моделирования и исследования математических моделей объектов : учебно-методическое пособие / О. А. Сафарьян. — Ростов-на-Дону : Донской государственный технический университет, 2019. — 85 с. — ISBN 978-5-7890-1684-8. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/117783.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

4.2. Электронные образовательные ресурсы

1. Электронная библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» Biblio-online.ru (ЭБС «Юрайт») [Электронный ресурс]. — URL: <https://urait.ru/>.
2. Электронно-библиотечная система ZNANIUM [Электронный ресурс]. — URL: <https://znanium.com/>.
3. Электронная библиотечная система «Консультант студента» [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.studentlibrary.ru/>.
4. e-Library.ru: Научная электронная библиотека [Электронный ресурс]. — URL: <http://elibrary.ru/>.
5. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» [Электронный ресурс]. — URL: <http://cyberleninka.ru/>.
6. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. — URL: <http://window.edu.ru/>.
7. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. — URL: <http://fcior.edu.ru/>.

4.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Обучающимся обеспечен доступ (удаленный доступ) к ниже следующим современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам:

1. Словари и энциклопедии на Академике [Электронный ресурс]. – URL: <http://dic.academic.ru>.
2. Система информационно-правового обеспечения «Гарант» [Электронный ресурс]. – URL: <http://ivo.garant.ru/>.

4.4. Комплект лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства

1. Лицензионное программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных приложений Microsoft Office.
2. Свободно распространяемое программное обеспечение: свободные пакеты офисных приложений Apache Open Office, LibreOffice.
3. Программное обеспечение отечественного производства: справочно-правовая система «Гарант» (Электронный периодический справочник «Система ГАРАНТ»), образовательная платформа ЮРАЙТ (Электронная библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» Biblio-online.ru (ЭБС «Юрайт»)), электронно-библиотечная система ZNANIUM, электронная библиотечная система «Консультант студента».

4.5. Оборудование и технические средства обучения

Для реализации дисциплины (модуля) используются учебные аудитории для проведения учебных занятий, которые оснащены оборудованием и техническими средствами обучения, и помещения для самостоятельной работы обучающихся, которые оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду РХТУ им. Д.И. Менделеева. Допускается замена оборудования его виртуальными аналогами.

Наименование учебных аудиторий для проведения учебных занятий и помещений для самостоятельной работы*	Оснащенность учебных аудиторий для проведения учебных занятий и помещений для самостоятельной работы оборудованием и техническими средствами обучения
Учебные аудитории для проведения учебных занятий	Учебная аудитория укомплектована специализированной мебелью, отвечающей всем установленным нормам и требованиям, оборудованием и техническими средствами обучения (мобильное мультимедийное оборудование).
Помещение для самостоятельной работы	Помещение оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду РХТУ им. Д.И. Менделеева и к ЭБС.

* Номер конкретной аудитории указан в приказе об аудиторном фонде, расписании учебных занятий и расписании промежуточной аттестации.