

## Рабочая программа дисциплины (модуля) «Математический анализ», включая оценочные материалы

### 1. Требования к результатам обучения по дисциплине (модулю)

#### 1.1. Перечень компетенций, формируемых дисциплиной (модулем) в процессе освоения образовательной программы

Группа компетенций	Категория компетенций	Коды и содержание компетенций
Универсальные	-	-
Общепрофессиональные	-	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
Профессиональные	-	-

#### 1.2. Компетенции и индикаторы их достижения, формируемых дисциплиной (модулем) в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Содержание индикатора компетенции
ОПК-1	ОПК-1.1	Применяет методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

#### 1.3. Результаты обучения по дисциплине (модулю)

**Цель изучения дисциплины (модуля)** – формирование математической культуры студентов, овладение современным аппаратом математики для дальнейшего использования в других областях естественнонаучного знания и дисциплинах естественнонаучного содержания, подготовка к изучению и применению математических методов в профессиональной деятельности, к самостоятельному изучению тех разделов математики, которые могут потребоваться дополнительно в практической и исследовательской работе; формирование навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности и научной работе.

В результате изучения дисциплины (модуля) обучающийся должен

##### знать:

- основные положения теории пределов и непрерывных функций, теории числовых и функциональных рядов, теории интегралов; основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; основные математические модели; методы теоретического и экспериментального исследования в области задач профессиональной деятельности;

##### уметь:

- определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные задачи на вычисление пределов функций, их дифференцирование и интегрирование, на вычисление интегралов, на исследование функций на экстремумы; использовать математический язык и математическую символику при построении математических моделей;

##### владеть:

- навыками использования стандартных методов и моделей математического анализа и их применения к решению прикладных задач.

### 2. Объем, структура и содержание дисциплины (модуля)

#### 2.1. Объем дисциплины (модуля)

<i>Виды учебной работы</i>	<i>Формы обучения</i>
	<i>Очная</i>

<b>Общая трудоемкость:</b> зачетные единицы/часы	5/180
<b>Контактная работа:</b>	90
Лекции	36
Лабораторные работы	0
Практические занятия, семинары	54
<b>Промежуточная аттестация:</b> экзамен	36
<b>Самостоятельная работа (СР)</b>	54

## 2.2. Темы (разделы) дисциплины (модуля) с указанием отведенного на них количества часов по формам образовательной деятельности

### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Виды учебной работы (в часах)						СР
		Контактная работа						
		Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				
		Л	Иные	ПЗ	С	ЛР	Иные	
1.	Множества, числовые последовательности	4	0	4	0	0	0	5
2.	Функции, предельные значения функций	4	0	4	0	0	0	6
3.	Основы дифференциального исчисления	4	0	4	0	0	0	5
4.	Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях	4	0	4	0	0	0	6
5.	Исследование функции	4	0	4	0	0	0	5
6.	Функции многих переменных	4	0	4	0	0	0	6
7.	Неявные функции	4	0	4	0	0	0	5
8.	Экстремумы функций многих переменных	4	0	4	0	0	0	6
9.	Неопределенный интеграл	4	0	4	0	0	0	5
10.	Определенный интеграл	4	0	4	0	0	0	6
11.	Несобственные интегралы	4	0	4	0	0	0	5
12.	Кратные интегралы	4	0	4	0	0	0	6
13.	Криволинейные интегралы	4	0	4	0	0	0	5
14.	Поверхностные интегралы	4	0	4	0	0	0	6
15.	Теория числовых рядов	4	0	4	0	0	0	5
16.	Функциональные ряды	4	0	4	0	0	0	6

## 2.3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) и видам работ

### Содержание лекционного курса

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание лекционного курса
1.	Множества, числовые последовательности	Вещественные числа, числовая ось и её подмножества, рациональные и иррациональные числа Числовые последовательности и операции над ними. Ограниченные и неограниченные последовательности.

		<p>Бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности, основные свойства бесконечно малых последовательностей.</p> <p>Понятие сходящейся числовой последовательности, предел последовательности, основные свойства сходящихся последовательностей</p> <p>Монотонные последовательности: определение и признак сходимости</p> <p>Число <math>\varepsilon</math> как предел монотонной последовательности.</p>
2.	Функции, предельные значения функций	<p>Понятие функции. Основные характеристики функции. Сложная функция. Основные элементарные функции. Алгебраические и трансцендентные функции.</p> <p>Предел переменной величины. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Основные теоремы о пределах.</p> <p>Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.</p> <p>Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых. Бесконечно малые эквивалентные функции.</p> <p>Непрерывность функции в точке. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность функции на интервале и на отрезке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.</p>
3.	Основы дифференциального исчисления	<p>Определение производной, Физический и геометрический смысл производной</p> <p>Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Производные основных элементарных функций</p> <p>Правила дифференцирования. Производная сложной функции</p> <p>Производная неявно заданной функции. Логарифмическое дифференцирование</p> <p>Производные высших порядков.</p> <p>Производные от функций, заданных параметрически</p> <p>Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные теоремы о дифференциалах</p> <p>Применение дифференциала в приближенных вычислениях</p>
4.	Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях	<p>Теорема Ролля, теорема Коши, Теорема Ланранжа.</p> <p>Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталья.</p> <p>Формулы Тейлора и Маклорена.</p> <p>Разложение в ряд Маклорена и асимптотика некоторых элементарных функций.</p>
5.	Исследование функции	<p>Отыскание участков монотонности функций.</p> <p>Понятие экстремумов, необходимое и достаточное условия экстремумов.</p> <p>Выпуклость, направление выпуклости и точки перегиба графика функции.</p> <p>Асимптоты графика функции.</p> <p>Схема исследования функции.</p>
6.	Функции многих переменных	<p>Определение функции многих переменных.</p> <p>Пределы и непрерывность функций многих переменных.</p> <p>Частные производные функций нескольких переменных, их геометрический смысл.</p> <p>Дифференциалы функций многих переменных.</p> <p>Производная функции многих переменных по направлению. Градиент.</p> <p>Дивергенция и ротор векторного поля.</p> <p>Частные производные и дифференциалы высших порядков.</p>
7.	Неявные функции	<p>Понятие неявной функции, определяемой одним уравнением.</p> <p>Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции, определяемой одним уравнением.</p> <p>Неявные функции, определяемые системой функциональных уравнений. Теорема о существовании и дифференцируемости неявных функций, определяемых системой функциональных уравнений.</p>

8.	Экстремумы функций многих переменных	<p>Формула Тэйлора для функции многих переменных.</p> <p>Экстремумы функций многих переменных. Понятие стационарной точки функции. Необходимые условия экстремума.</p> <p>Достаточные условия экстремума функции многих переменных: частный случай функции двух переменных.</p> <p>Понятие условного экстремума функции многих переменных.</p> <p>Метод неопределенных множителей Лагранжа.</p>
9.	Неопределенный интеграл	<p>Понятие первообразной функции. Основные свойства неопределенного интеграла.</p> <p>Таблица основных неопределенных интегралов.</p> <p>Вычисление неопределенных интегралов подстановкой и по частям.</p> <p>Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших.</p> <p>Интегрирование рациональных дробей вида <math>\int \frac{A}{x-a} dx</math> и <math>\int \frac{A}{(x-a)^r} dx</math>.</p> <p>Интегрирование рациональных дробей вида <math>\int \frac{Bx+D}{x^2+px+q} dx</math>, <math>p^2-4q &lt; 0</math>.</p> <p>Интегрирование рациональных дробей вида <math>\int \frac{Bx+D}{(x^2+px+q)^k} dx</math>, <math>p^2-4q &lt; 0</math>.</p> <p>Интегрирование некоторых иррациональных выражений.</p> <p>Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.</p>
10.	Определенный интеграл	<p>Определенный интеграл: интегральные суммы, определение, классы интегрируемых функций.</p> <p>Основные свойства определенного интеграла.</p> <p>Теорема о среднем и следствие для <math>g(x)=1</math>.</p> <p>Формула Ньютона – Лейбница.</p> <p>Вычисление определенных интегралов методом замены переменной под знаком интеграла, формула интегрирования по частям.</p> <p>Приложения определенного интеграла.</p> <p>Вычисление площади плоской фигуры.</p> <p>Вычисление объема тел.</p>
11.	Несобственные интегралы	<p>Несобственные интегралы 1 рода: определение, понятие сходимости.</p> <p>Достаточные признаки сходимости несобственных интегралов 1 рода.</p> <p>Несобственные интегралы 2 рода: определение, понятие сходимости.</p>
12.	Кратные интегралы	<p>Кратные интегралы, свойства кратных интегралов.</p> <p>Сведение двойного интеграла к повторному однократному.</p> <p>Замена переменных в кратных интегралах: переход от декартовой к произвольной системе координат, якобианы перехода к цилиндрической и к сферической системам координат.</p>
13.	Криволинейные интегралы	<p>Криволинейные интегралы 1-го рода, сведение криволинейных интегралов к определенным интегралам.</p> <p>Криволинейные интегралы 2-го рода, сведение криволинейных интегралов к определенным интегралам.</p> <p>Формула Грина, вычисление площади плоских фигур с помощью формулы Грина.</p> <p>Условия независимости криволинейных интегралов от пути</p>

		интегрирования.
14.	Поверхностные интегралы	Вычисление площади кривой поверхности. Поверхностные интегралы 1-го рода. Поверхностные интегралы 2-го рода.
15.	Теория числовых рядов	Понятие числового ряда, понятие сходимости и расходимости ряда. Примеры сходящихся и расходящихся числовых рядов: геометрическая прогрессия, гармонический ряд, обобщенный гармонический ряд. Необходимое условие сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды, признак сходимости Лейбница.
16.	Функциональные ряды	Функциональные последовательности и ряды, поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов, достаточный признак равномерной сходимости Вейерштрасса (мажорантный). Свойства суммы равномерно сходящегося ряда. Теоремы о пределе, о почленном дифференцировании и о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда. Степенные ряды. Интервал сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и интегрирование степенного ряда. Разложение функций в степенные ряды. Формула Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора.

### Содержание занятий семинарского типа

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Тип	Содержание занятий семинарского типа
1.	Множества, числовые последовательности	ПЗ	Вещественные числа, числовая ось и её подмножества, рациональные и иррациональные числа Числовые последовательности и операции над ними. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности, основные свойства бесконечно малых последовательностей. Понятие сходящейся числовой последовательности, предел последовательности, основные свойства сходящихся последовательностей Монотонные последовательности: определение и признак сходимости
2.	Функции, предельные значения функций	ПЗ	Понятие функции. Основные характеристики функции. Сложная функция. Основные элементарные функции. Алгебраические и трансцендентные функции. Предел переменной величины. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Основные теоремы о пределах. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых. Бесконечно малые эквивалентные функции.
3.	Основы дифференциального исчисления	ПЗ	Определение производной, Физический и геометрический смысл производной Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Производные основных элементарных функций Правила дифференцирования. Производная сложной функции Производная неявно заданной функции. Логарифмическое дифференцирование Производные высших порядков. Производные от функций, заданных параметрически

			Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные теоремы о дифференциалах
4.	Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях	ПЗ	Теорема Ролля, теорема Коши, Теорема Ланранжа. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталья. Формулы Тейлора и Маклорена.
5.	Исследование функции	ПЗ	Отыскание участков монотонности функций. Понятие экстремумов, необходимое и достаточное условия экстремумов. Выпуклость, направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
6.	Функции многих переменных	ПЗ	Определение функции многих переменных. Пределы и непрерывность функций многих переменных. Частные производные функций нескольких переменных, их геометрический смысл. Дифференциалы функций многих переменных. Производная функции многих переменных по направлению. Градиент. Дивергенция и ротор векторного поля.
7.	Неявные функции	ПЗ	Понятие неявной функции, определяемой одним уравнением. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции, определяемой одним уравнением. Неявные функции, определяемые системой функциональных уравнений. Теорема о существовании и дифференцируемости неявных функций, определяемых системой функциональных уравнений.
8.	Экстремумы функций многих переменных	ПЗ	Формула Тэйлора для функции многих переменных. Экстремумы функций многих переменных. Понятие стационарной точки функции. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума функции многих переменных: частный случай функции двух переменных.
9.	Неопределенный интеграл	ПЗ	Понятие первообразной функции. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Вычисление неопределенных интегралов подстановкой и по частям. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших. Интегрирование рациональных дробей вида $\int \frac{A}{x-a} dx$ и $\int \frac{A}{(x-a)^r} dx$ . Интегрирование рациональных дробей вида $\int \frac{Bx+D}{x^2+px+q} dx$ , $p^2-4q < 0$ . Интегрирование рациональных дробей вида $\int \frac{Bx+D}{(x^2+px+q)^k} dx$ , $p^2-4q < 0$ .
10.	Определенный интеграл	ПЗ	Определенный интеграл: интегральные суммы, определение, классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем и следствие для $g(x)=1$ . Формула Ньютона – Лейбница. Вычисление определенных интегралов методом замены переменной под знаком интеграла, формула интегрирования по частям. Приложения определенного интеграла.

11.	Несобственные интегралы	ПЗ	Несобственные интегралы 1 рода: определение, понятие сходимости. Достаточные признаки сходимости несобственных интегралов 1 рода. Несобственные интегралы 2 рода: определение, понятие сходимости.
12.	Кратные интегралы	ПЗ	Кратные интегралы, свойства кратных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному однократному. Замена переменных в кратных интегралах: переход от декартовой к произвольной системе координат, якобиан перехода к цилиндрической и к сферической системам координат.
13.	Криволинейные интегралы	ПЗ	Криволинейные интегралы 1-го рода, сведение криволинейных интегралов к определенным интегралам. Криволинейные интегралы 2-го рода, сведение криволинейных интегралов к определенным интегралам. Формула Грина, вычисление площади плоских фигур с помощью формулы Грина.
14.	Поверхностные интегралы	ПЗ	Вычисление площади кривой поверхности. Поверхностные интегралы 1-го рода. Поверхностные интегралы 2-го рода.
15.	Теория числовых рядов	ПЗ	Понятие числового ряда, понятие сходимости и расходимости ряда. Примеры сходящихся и расходящихся числовых рядов: геометрическая прогрессия, гармонический ряд, обобщенный гармонический ряд. Необходимое условие сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов.
16.	Функциональные ряды	ПЗ	Функциональные последовательности и ряды, поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов, достаточный признак равномерной сходимости Вейерштрасса (мажорантный). Свойства суммы равномерно сходящегося ряда. Теоремы о пределе, о почленном дифференцировании и о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда. Степенные ряды. Интервал сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и интегрирование степенного ряда.

### Содержание самостоятельной работы

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание самостоятельной работы
1.	Множества, числовые последовательности	Монотонные последовательности: определение и признак сходимости Число $\varepsilon$ как предел монотонной последовательности.
2.	Функции, предельные значения функций	Непрерывность функции в точке. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность функции на интервале и на отрезке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
3.	Основы дифференциального исчисления	Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные теоремы о дифференциалах Применение дифференциала в приближенных вычислениях
4.	Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях	Разложение в ряд Маклорена и асимптотика некоторых элементарных функций.
5.	Исследование функции	Асимптоты графика функции. Схема исследования функции.
6.	Функции многих переменных	Дивергенция и ротор векторного поля. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

7.	Неявные функции	Теорема о существовании и дифференцируемости неявных функций, определяемых системой функциональных уравнений.
8.	Экстремумы функций многих переменных	Понятие условного экстремума функции многих переменных. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
9.	Неопределенный интеграл	Интегрирование некоторых иррациональных выражений. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.
10.	Определенный интеграл	Вычисление площади плоской фигуры. Вычисление объема тел.
11.	Несобственные интегралы	Несобственные интегралы 2 рода: определение, понятие сходимости.
12.	Кратные интегралы	Замена переменных в кратных интегралах: переход от декартовой к произвольной системе координат, якобианы перехода к цилиндрической и к сферической системам координат.
13.	Криволинейные интегралы	Условия независимости криволинейных интегралов от пути интегрирования.
14.	Поверхностные интегралы	Поверхностные интегралы 2-го рода.
15.	Теория числовых рядов	Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды, признак сходимости Лейбница.
16.	Функциональные ряды	Разложение функций в степенные ряды. Формула Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора.

### 3. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

По дисциплине (модулю) предусмотрены следующие виды контроля качества освоения:

- текущий контроль успеваемости;
- промежуточная аттестация обучающихся по дисциплине (модулю).

#### 3.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые темы (разделы)	Наименование оценочного средства
1.	Множества, числовые последовательности	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
2.	Функции, предельные значения функций	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
3.	Основы дифференциального исчисления	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
4.	Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
5.	Исследование функции	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
6.	Функции многих переменных	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
7.	Неявные функции	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
8.	Экстремумы функций многих переменных	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
9.	Неопределенный интеграл	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
10.	Определенный интеграл	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
11.	Несобственные интегралы	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
12.	Кратные интегралы	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
13.	Криволинейные интегралы	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа



14.	Поверхностные интегралы	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
15.	Теория числовых рядов	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа
16.	Функциональные ряды	Устный опрос. Кейсы. Контрольная работа

### 3.1.1 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в процессе текущего контроля успеваемости

**Устный опрос. Кейсы (ситуации и задачи с заданными условиями)**

**Тема 1. Множества, числовые последовательности.**

*Вопросы для устного опроса*

1. Множество вещественных чисел, операции над множествами
2. Множество комплексных чисел
3. Числовые последовательности, сумма числовых последовательностей.
4. Сходящейся числовой последовательности
5. Вычисление пределов последовательностей
6. Частичные пределы последовательностей

*Кейсы*

1. Найти модули и аргументы следующих чисел:

а)  $i$ ; б)  $-3$ ; в)  $1 + i^{123}$ ; г)  $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; д)  $\frac{1-i}{1+i}$ ; е)  $(-4 + 3i)^3$ ;

ж)  $\frac{(1+i)^8}{(1-i\sqrt{3})^6}$ .

2. Доказать  $|\bar{z}| = |z|$ ,  $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ ,  $\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 +$

$+\arg z_2$ ,  $\arg \frac{z_1}{z_2} = \arg z_1 - \arg z_2$ .

3. Представить в тригонометрической форме следующие числа: а)  $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$ ; б)  $z_2 = 1 + i$ ; в)  $z_3 = 1 - \sqrt{3}i$ ; г)  $z_4 = i$ ; д)  $z_5 = 5$ .

**Вычислить:**

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{tg} \frac{n+1}{n^2+1}}{\sin \frac{2n-1}{n^2+2}};$$

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n} \right);$$

**Тема 2. Функции, предельное значение функции.**

*Вопросы для устного опроса*

1. Вычисление пределов функции
2. Раскрытие неопределенностей
3. Замечательные пределы и их следствия
4. Односторонние пределы, точки разрыва функции

*Кейсы*

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{1/\sin^3 x}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\ln(x+2) + \sin(4-x^2)} \cos \frac{x+2}{x-2}.$$

**Пример 3.** При каких значениях  $A$  и  $B$  функция

$$f(x) = \begin{cases} -2\sin x, & x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ A\sin x + B, & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}, \\ \cos x, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{непрерывна?}$$

### Тема 3. Основы дифференциального исчисления.

*Вопросы для устного опроса*

1. Вычисление производных. Правила дифференцирования.
2. Производная сложной функции
3. Производная неявно заданной функции
4. Логарифмическое дифференцирование
5. Производные высших порядков.
6. Производные от функций, заданных параметрически
7. Дифференциал функции.
8. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

*Кейсы*

Найти производные следующих функций

1. а)  $y = 5x^2 - \frac{1}{x} - 3\sqrt{x}$ ; б)  $y = \frac{2\sqrt{x} + \sqrt[5]{x}}{x^2}$ ;

в)  $y = \frac{(\sqrt[5]{x} - \sqrt{x})^3}{x}$ .

д)  $y = \arcsin x$ .

Найти производные функций, заданных параметрически:

ки:

14.  $x = e^t$ ;  $y = \operatorname{tg} t$ ;

15.  $x = \sqrt[5]{1-t^2}$ ,  $y = \cos t$ .

Найти производные функций, заданных неявно:

16.  $x + y - e^{xy} = 0$ .

17.  $\sin(x^2 - y) - y^2 = 0$ .

18. Доказать, что уравнение  $y = x^5 + 3x$  определяет однозначную функцию  $x = x(y)$  и найти ее производную.

Найти дифференциалы функций:

19.  $y = \sqrt[4]{x^3} \cdot \ln(1-5x)$ .

20.  $y = \frac{\sin 3x + 1}{\cos 5x - 1}$ .

Найти производные и дифференциалы второго порядка

21.  $y = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$ .

22.  $y = 2^{-\operatorname{ctg} x}$ .

### Тема 4. Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях.

*Вопросы для устного опроса*

1. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.
2. Формулы Тейлора и Маклорена.

*Кейсы*

8. Используя правила Лопиталя, найти следующие пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\cos 2x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln(\sin x)}{\ln(\sin 2x)}$ ;

**Пример 7.** Разложить следующие функции по формулам Тейлора и Маклорена в окрестности заданных точек:

а)  $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ ;  $x_0 = -1$ ; б)  $y = \operatorname{tg} x$ ;  $x_0 = 0$  (формула 3-го порядка); в)  $y = e^{\sin x}$ ;  $x_0 = 0$  (формула 3-го порядка).

### Тема 5. Исследование функции

*Вопросы для устного опроса*

1. Отыскание участков монотонности функций.
2. Понятие экстремумов, необходимое и достаточное условия экстремумов.
3. Выпуклость, направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
4. Асимптоты графика функции.

## 5. Исследование функции, построение графиков.

*Кейсы*

12. Найти промежутки монотонности следующих функций:

а)  $y = x + \cos x$ ; б)  $y = x^2 e^x$ ; в)  $y = x - \ln(1 + x)$ .

13. Найти экстремумы функций

а)  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 1}$ ; б)  $y = e^x \sin x$ ;

14. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости функций:

а)  $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$ ; б)  $y = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ ; в)  $y = e^{2x-x^2}$ .

15. Найти асимптоты графиков функций:

а)  $y = \frac{4x^3 + x - 1}{x^2 - x + 1}$ ; б)  $y = (x + 2)e^{\frac{1}{x}}$ .

16. Найти наибольшие и наименьшие значения функций на промежутках:

а)  $y = \frac{x^2 - x + 1}{-x^2 + x + 1}$ ;  $x \in [0; 1]$ ;

б)  $y = 2 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^2 x$ ;  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

## Тема 6. Функции многих переменных.

*Вопросы для устного опроса*

1. Область значения и область определения функции многих переменных.
2. Частные производные функций нескольких переменных. Полный дифференциал.
3. Производная функции многих переменных по направлению. Градиент.
4. Производные сложных функций.

*Кейсы*

**Пример 1.** Найти области определения функций и изобразить их графически:

а)  $z = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}$ ; б)  $z = \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$ ;

Найти частные производные и частные дифференциалы:

9.  $w = (\sin x)^{y^2}$ .      10.  $z = \sin \frac{x^2}{y}$ .

Найти производные сложных функций:

14.  $z = f(x + y; xy)$ .

15.  $z = \sin x \cdot \ln y$ ,  $x = t^3$ ;  $y = e^t$ .

Найти производную функции по заданному направлению вектора  $\overrightarrow{AB}$  в заданной точке A:

17.  $w = e^{x+2y+3z}$ ; A (1; 1; 1); B (2; -3; 4).

## Тема 7. неявные функции.

*Вопросы для устного опроса*

1. Понятие неявной функции, определяемой одним уравнением.
2. Производная неявной функции

*Кейсы*

Найти производную функции, заданной неявно:

23.  $2^{x^2+y} - y = 0$ .      24.  $\sin(x^2 + y^2) - x - y = 0$ .

## Тема 8. Экстремумы функций многих переменных.

*Вопросы для устного опроса*

1. Формула Тэйлора для функции многих переменных.
2. Экстремумы функций многих переменных.
3. Необходимые условия экстремума.
4. Достаточные условия экстремума функции многих переменных: частный случай функции двух переменных.
5. Понятие условного экстремума функции многих переменных.

## 6. Абсолютный экстремум

Кейсы

Найти стационарные точки, точки экстремума и экстремумы функций:

3.  $z = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$ .

4.  $z = xy \cdot \ln(x^2 + y^2)$ .

5.  $z = e^{2x+3y}(8x^2 - 6xy + 3y^2)$ .

Найти наибольшие и наименьшие значения функций:

6.  $z = e^{-x^2-y^2}(2x^2 + 3y^2)$  в круге  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

7.  $z = x^2 - xy + y^2$ , если  $|x| + |y| \leq 1$ .

Найти точки условного экстремума и значения условных экстремумов функций:

8.  $z = x + y$ , если  $x^2 + y^2 = 1$ .

9.  $z = x^2 + y^2$ , если  $x + y = 1$ .

## Тема 9. Неопределенный интеграл.

Вопросы для устного опроса

1. Непосредственное интегрирование.
2. Вычисление неопределенных интегралов подстановкой и по частям.
3. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших.
4. Интегрирование рациональных дробей вида  $\int \frac{A}{x-a} dx$  и  $\int \frac{A}{(x-a)^r} dx$ .
5. Интегрирование рациональных дробей вида  $\int \frac{Bx+D}{x^2+px+q} dx$ ,  $p^2-4q < 0$ .
6. Интегрирование рациональных дробей вида  $\int \frac{Bx+D}{(x^2+px+q)^k} dx$ ,  $p^2-4q < 0$ .
7. Интегрирование некоторых иррациональных выражений. Подстановки Эйлера
8. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.

Кейсы

Взять интегралы

- |  |  |
|--|--|
| 1. $\int \frac{(x-1)^3}{x^4} dx$             | 2. $\int \frac{(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^6}{x} dx$          |
| 3. $\int \frac{9+2x^2}{x^2(9+x^2)} dx$       | 4. $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$                        |
| 5. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ | 6. $\int \frac{dx}{4-5x}$                                  |
| 7. $\int \sqrt[3]{(1+3x)^2} dx$              | 8. $\int \frac{dx}{x \cdot \ln x}$                         |
| 9. $\int \frac{e^{4\pi x}}{\cos^2 x} dx$     | 10. $\int \frac{dx}{\sqrt{7-3x^2}}$                        |
| 11. $\int \frac{dx}{5+2x^2}$                 | 12. $\int \frac{dx}{3x^2-4}$                               |
| 13. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2+1}}$          | 14. $\int \frac{\cos x \cdot \sin x \cdot dx}{1+\sin^4 x}$ |
| 15. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$             | 16. $\int \frac{2x-3}{x^2+4x+1} dx$                        |
| 17. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-3x-x^2}}$        | 18. $\int \frac{dx}{e^x(1+e^{-x})}$                        |
| 19. $\int e^{2x} \cdot \cos x dx$            | 20. $\int \ln x dx$  |
| 21. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$  | 22. $\int e^{\sqrt[3]{x}} dx$                              |

## Тема 10. Определенный интеграл.

Вопросы для устного опроса

1. Применение формулы Ньютона – Лейбница.
2. Вычисление определенных интегралов методом замены переменной под знаком интеграла, Формула интегрирования по частям.
3. Приложения определенного интеграла.
4. Вычисление площади плоской фигуры.

## 5. Вычисление объема тел.

Кейсы

### 1. Вычислить

$$5. \int_0^1 \operatorname{arctg} x \, dx$$

$$6. \int_0^1 e^{2x} \sin 3x \, dx$$

$$7. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \sin x}$$

$$8. \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}$$

### 2.

Найти площади плоских фигур, ограниченных линиями:

$$1. y = \operatorname{tg} x; x = 0; x = \frac{\pi}{4}; y = 0.$$

$$2. y = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1; \\ (x-2)^2, & 1 \leq x \leq 2, \end{cases} \text{ и осью } Ox.$$

## Тема 11. Несобственные интегралы.

Вопросы для устного опроса

1. Несобственные интегралы 1 рода.
2. Несобственные интегралы 2 рода.

Кейсы

### 1. Рассмотреть сходимость интегралов

$$1. \int_0^1 \frac{e^x}{x^2} \, dx.$$

$$2. \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + x - 2}.$$

$$3. \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}.$$

$$4. \int_1^{+\infty} \operatorname{arctg} x \, dx.$$

## Тема 12. Кратные интегралы

Вопросы для устного опроса

1. Кратные интегралы: двойные и тройные интегралы, свойства кратных интегралов.
2. Изменение порядка интегрирования
3. Сведение двойного интеграла к повторному однократному.
4. Замена переменных в кратных интегралах. Якобиан.

Кейсы

Вычислить двойные интегралы по прямоугольной области  $P$ :

$$3. \iint_P \frac{dx dy}{(x+y+1)^2}; 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1.$$

$$4. \iint_P x^2 y e^{xy} \, dx \, dy; 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2.$$

Изменить порядок интегрирования

$$5. \int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x,y) \, dy.$$

$$6. \int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x,y) \, dy.$$

Вычислить интегралы

$$8. \iint_P (x+y) \, dx \, dy, P - \text{область, ограниченная кривыми}$$

$$y^2 = 2x; x + y = 4; x + y = 12.$$

Кратные интегралы: двойные интегралы, тройные интегралы, свойства кратных интегралов.

Сведение двойного интеграла к повторному однократному.

Замена переменных в кратных интегралах: переход от декартовой к произвольной системе координат, якобианы перехода к цилиндрической и к сферической системам координат.

### Тема 13. Криволинейные интегралы

Вопросы для устного опроса

1. Криволинейные интегралы 1-го рода
2. Криволинейные интегралы 2-го рода
3. Формула Грина, вычисление площади плоских фигур с помощью формулы Грина.

Кейсы

Вычислить криволинейные интегралы первого рода:

1.  $\int_{\Gamma} (x+y) ds$ ,  $\Gamma$  – контур треугольника с вершинами  $(0; 0)$ ;  $(1; 0)$  и  $(0; 1)$ ;
2.  $\int_{\Gamma} (x^2 + y^2) ds$ ,  $\Gamma$  – кривая  $x = a(\cos t + t \sin t)$ ,

Вычислить криволинейные интегралы второго рода:

5.  $\int_{\Gamma} (2xy-1) dx + (x^2y+2) dy$ ,  $\Gamma$  – дуга эллипса  $x = \cos t$ ;  $y = 3 \sin t$ , лежащая в 1-й четверти.
6.  $\int_{\Gamma} (2xy-1) dx + (x^2y+2) dy$ ,  $\Gamma$  – дуга параболы

### Тема 14. Поверхностные интегралы

Вопросы для устного опроса

1. Поверхностные интегралы 1-го рода.
2. Поверхностные интегралы 2-го рода

Кейсы

13. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода

$$\iint_D \frac{dD}{(1+x+y)^2}, \text{ где } D - \text{поверхность тетраэдра } x+y+z \leq 1, \\ x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

14. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_D x dy dz + y dz dx + z dx dy, \text{ где } D - \text{внешняя сторона сфе-} \\ \text{ры } x^2 + y^2 + z^2 = a^2.$$

### Тема 15. Теория числовых рядов

Вопросы для устного опроса

1. Признаки сходимости числовых рядов.
2. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды, признак сходимости Лейбница

Кейсы

Исследовать сходимость рядов, применяя признаки сравнения (или необходимый признак):

$$8. 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n-1} + \dots$$

$$9. \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \dots + \frac{n+1}{2n+1} + \dots$$

С помощью признака Даламбера исследовать сходимость рядов:

$$12. \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2\sqrt{2}} + \dots + \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n} + \dots$$

$$13. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{2^n}. \quad 14. \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3}{2^n(2n+1)}.$$

С помощью признака Коши исследовать сходимость рядов:

$$17. \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{n+1}{2n-1} \right)^n. \quad 18. \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{n}{3n-1} \right)^{2n-1}.$$

Исследовать сходимость следующих знакопеременных рядов. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$21. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}.$$

$$22. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}.$$

## Тема 16. Функциональные ряды

Вопросы для устного опроса

1. Степенные ряды. Интервал сходимости степенного ряда.
2. Ряды Фурье

Кейсы

**Пример 1.** Определить интервал сходимости ряда и исследовать сходимость его на концах интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{3^{n-1} \cdot n} = 1 + \frac{x}{3 \cdot 2} + \frac{x^2}{3^2 \cdot 3} + \frac{x^3}{3^3 \cdot 4} + \dots$$

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию с периодом  $2\pi$  ( $l = \pi$ ), которая определена следующим образом:

$$\begin{aligned} f(x) &= -x \text{ при } -\pi \leq x < 0, \\ f(x) &= x \text{ при } 0 < x \leq \pi, \text{ т. е. } f(x) = |x|. \end{aligned}$$

## Контрольный работа

Контрольная работа №1

Вычислить

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 + 7x + 5}{x^2 - x - 2}.$$

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}.$$

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 2x)}{\sin 3x}.$$

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}.$$

Контрольная работа №2

1. Вычислить производную функции

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+2}{n-1} \right)^n.$$

$$a) \quad y = (1 + x^2) \arctg x$$

$$б) \quad y = \frac{\cos 2x}{1 - \sin x}$$

2. Найти производную  $y_x y_x$

$$y = t^2 + t \quad y = t^2 + t, \quad x = t^2 - 2t \quad x = t^2 - 2t$$

3. Найти дифференциал функции

$$y = \sin 5x + \cos \frac{\pi}{3}$$

4. Исследовать функцию и построить ее график

$$y = \frac{x^2}{3 - x^2}$$

### Контрольная работа №3

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ. Найти производные  $z'_x$  и  $z'_y$  функции  $z = z(u, v)$ , где  $u = u(x, y)$  и  $v = v(x, y)$ .

3.  $z = u^v, \quad u = \sin x, \quad v = \cos y.$

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ. Найти производные функций  $y = y(x)$ , заданных неявно уравнениями.

4.  $x + y = e^{x-y}.$

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ. Найти производную функции  $u(x, y, z)$  в точке  $A$  по направлению к точке  $B$ .

5.  $u = \sqrt{xy} + \sqrt{9 - z^2}, \quad A(1, 1, 0), \quad B(3, 3, -1).$

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ. Найти стационарные точки заданных функций и исследовать их характер.

3.  $z = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x.$

### Контрольная работа №4

Вычислить интегралы

1.  $\int \frac{x^3 - 17}{x^2 - 4x + 3} dx$

2.  $\int \frac{\sin 3x}{\cos^2 3x} dx$

3.  $\int (3x + 4)e^{3x} dx$

4.  $\int \frac{\cos x}{2 + \cos x} dx$

5.  $\int \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx$

### Контрольная работа №5

1. Вычислить определенный интеграл:

а)  $\int_0^3 (x^2 - 3x) \sin 2x dx$

б)  $\int_{-1/2}^0 \frac{x \cdot dx}{2 + \sqrt{2x + 1}}$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$y = 4 - x^2, \quad y = x^2 - 2x$

3. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

$y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, \quad 1 \leq x \leq 2$

4. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций. Ось вращения  $Ox$ .

а)  $y = -x^2 + 5x - 6, \quad y = 0$

б)  $y = 2x - x^2, \quad y = -x + 2, \quad x = 0$

5. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

а)  $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{(x + 3)^2}$

б)  $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^2}}$

### Контрольная работа №6



1. Найти сумму ряда

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$       б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2^n}{10^n}$

2. Исследовать ряд на сходимость:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n(n+1)!}$       б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n}\right)^{2n}$   
в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3^n(n+1)}$       г)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$

3. Найти область сходимости ряда

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$       б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2+x)^n$

### 3.1.2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в ходе текущего контроля успеваемости

#### Устный ответ

Оценка знаний предполагает дифференцированный подход к обучающемуся, учет его индивидуальных способностей, степень усвоения и систематизации основных понятий и категорий по дисциплине. Кроме того, оценивается не только глубина знаний поставленных вопросов, но и умение использовать в ответе практический материал. Оценивается культура речи, владение навыками ораторского искусства.

*Критерии оценивания:* последовательность, полнота, логичность изложения, анализ различных точек зрения, самостоятельное обобщение материала, использование профессиональных терминов, культура речи, навыки ораторского искусства. Изложение материала без фактических ошибок.

Оценка «отлично» ставится в случае, когда материал излагается исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно, при этом раскрываются не только основные понятия, но и анализируются точки зрения различных авторов. Обучающийся не затрудняется с ответом, соблюдает культуру речи.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, знает практическую базу, но при ответе на вопрос допускает несущественные погрешности.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении материала, затрудняется с ответами, показывает отсутствие должной связи между анализом, аргументацией и выводами.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся не отвечает на поставленные вопросы.

#### Кейсы (ситуации и задачи с заданными условиями)

Обучающийся должен уметь выделить основные положения из текста задачи, которые требуют анализа и служат условиями решения. Исходя из поставленного вопроса в задаче, попытаться максимально точно определить проблему и соответственно решить ее.

Задачи могут решаться устно и/или письменно. При решении задач также важно правильно сформулировать и записать вопросы, начиная с более общих и, кончая частными.

*Критерии оценивания* – оценка учитывает методы и средства, использованные при решении ситуационной, проблемной задачи.

Оценка «отлично» ставится в случае, когда обучающийся выполнил задание (решил задачу), используя в полном объеме теоретические знания и практические навыки, полученные в процессе обучения.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся в целом выполнил все требования, но не совсем четко определяется опора на теоретические положения, изложенные в научной литературе по данному вопросу.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся показал положительные результаты в процессе решения задачи.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся не выполнил все требования.

### **Контрольная работа**

Оценивается не только глубина знаний поставленных вопросов, но и умение изложить письменно.

*Критерии оценивания:* последовательность, полнота, логичность изложения, анализ различных точек зрения, самостоятельное обобщение материала. Изложение материала без фактических ошибок.

Оценка «отлично» ставится в случае, когда соблюдены все критерии.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, знает практическую базу, но допускает несущественные погрешности.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении материала, затрудняется с ответами, показывает отсутствие должной связи между анализом, аргументацией и выводами.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся не отвечает на поставленные вопросы.

## **3.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации**

### **3.2.1. Критерии оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)**

Шкала оценивания	Результаты обучения	Показатели оценивания результатов обучения
ОТЛИЧНО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся глубоко и всесторонне усвоил материал, уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы,</li> <li>- на основе системных научных знаний делает квалифицированные выводы и обобщения, свободно оперирует категориями и понятиями.</li> </ul>
	Умеет:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся умеет самостоятельно и правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, используя научные понятия, ссылаясь на нормативную базу.</li> </ul>
	Владет:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся владеет рациональными методами (с использованием рациональных методик) решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.;</li> <li>При решении продемонстрировал навыки</li> <li>- выделения главного,</li> <li>- связкой теоретических положений с требованиями руководящих документов,</li> <li>- изложения мыслей в логической последовательности,</li> <li>- самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.</li> </ul>
ХОРОШО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся твердо усвоил материал, достаточно грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы,</li> <li>- затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений, оперирует категориями и понятиями, но не всегда правильно их верифицирует.</li> </ul>
	Умеет:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся умеет самостоятельно и в основном правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично,</li> </ul>

		последовательно и аргументировано излагать свое решение, не в полной мере используя научные понятия и ссылки на нормативную базу.
	Владеет:	- обучающийся в целом владеет рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении смог продемонстрировать достаточность, но не глубинность навыков, - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности, - связи теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО	Знает:	- обучающийся ориентируется в материале, однако затрудняется в его изложении; - показывает недостаточность знаний основной и дополнительной литературы; - слабо аргументирует научные положения; - практически не способен сформулировать выводы и обобщения; - частично владеет системой понятий.
	Умеет:	- обучающийся в основном умеет решить учебно-профессиональную задачу или задание, но допускает ошибки, слабо аргументирует свое решение, недостаточно использует научные понятия и руководящие документы.
	Владеет:	- обучающийся владеет некоторыми рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении продемонстрировал недостаточность навыков - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности, - связи теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО	Знает:	- обучающийся не усвоил значительной части материала; - не может аргументировать научные положения; - не формулирует квалифицированных выводов и обобщений; - не владеет системой понятий.
	Умеет:	обучающийся не показал умение решать учебно-профессиональную задачу или задание.
	Владеет:	не выполнены требования, предъявляемые к навыкам, оцениваемым «удовлетворительно».

### 3.2.2. Контрольные задания и/или иные материалы для проведения промежуточной аттестации

#### Список вопросов для устных ответов (варианты теста)

##### Тема 1. Множества, числовые последовательности.

1. Вещественные числа, числовая ось и её подмножества, рациональные и иррациональные числа
2. Числовые последовательности и операции над ними. Ограниченные и неограниченные последовательности.
3. Бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности, основные свойства бесконечно малых последовательностей.
4. Понятие сходящейся числовой последовательности, предел последовательности, основные свойства сходящихся последовательностей
5. Монотонные последовательности: определение и признак сходимости
6. Число  $e$  как предел монотонной последовательности.

##### Тема 2. Функции, предельное значение функции.

7. Понятие функции. Основные характеристики функции. Сложная функция. Основные элементарные функции. Алгебраические и трансцендентные функции.
8. Предел переменной величины. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Основные теоремы о пределах.
9. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
10. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых. Бесконечно малые эквивалентные функции.
11. Непрерывность функции в точке. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность функции на интервале и на отрезке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

### **Тема 3. Основы дифференциального исчисления.**

12. Определение производной, Физический и геометрический смысл производной
13. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Производные основных элементарных функций
14. Правила дифференцирования. Производная сложной функции
15. Производная неявно заданной функции. Логарифмическое дифференцирование
16. Производные высших порядков.
17. Производные от функций, заданных параметрически
18. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные теоремы о дифференциалах
19. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

### **Тема 4. Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях.**

20. Теорема Ролля, теорема Коши, Теорема Ланранжа.
21. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.
22. Формулы Тейлора и Маклорена.
23. Разложение в ряд Маклорена и асимптотика некоторых элементарных функций.

### **Тема 5. Исследование функции**

24. Отыскание участков монотонности функций.
25. Понятие экстремумов, необходимое и достаточное условия экстремумов.
26. Выпуклость, направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
27. Асимптоты графика функции.
28. Схема исследования функции.

### **Тема 6. Функции многих переменных.**

29. Определение функции многих переменных.
30. Пределы и непрерывность функций многих переменных.
31. Частные производные функций нескольких переменных, их геометрический смысл.
32. Дифференциалы функций многих переменных.
33. Производная функции многих переменных по направлению. Градиент.
34. Дивергенция и ротор векторного поля.
35. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

### **Тема 7. Неявные функции.**

36. Понятие неявной функции, определяемой одним уравнением. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции, определяемой одним уравнением.
37. Неявные функции, определяемые системой функциональных уравнений. Теорема о существовании и дифференцируемости неявных функций, определяемых системой функциональных уравнений.

### **Тема 8. Экстремумы функций многих переменных.**

38. Формула Тэйлора для функции многих переменных.

39. Экстремумы функций многих переменных. Понятие стационарной точки функции. Необходимые условия экстремума.
40. Достаточные условия экстремума функции многих переменных: частный случай функции двух переменных.
41. Понятие условного экстремума функции многих переменных. Метод неопределенных множителей Лагранжа.

#### **Тема 9. Неопределенный интеграл.**

1. Понятие первообразной функции. Основные свойства неопределенного интеграла.
2. Таблица основных неопределенных интегралов.
3. Вычисление неопределенных интегралов подстановкой и по частям.
4. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших.
5. Интегрирование рациональных дробей вида  $\int \frac{A}{x-a} dx$  и  $\int \frac{A}{(x-a)^r} dx$ .
6. Интегрирование рациональных дробей вида  $\int \frac{Bx+D}{x^2+px+q} dx$ ,  $p^2-4q < 0$ .
7. Интегрирование рациональных дробей вида  $\int \frac{Bx+D}{(x^2+px+q)^k} dx$ ,  $p^2-4q < 0$ .
8. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.
9. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.

#### **Тема 10. Определенный интеграл.**

10. Определенный интеграл: интегральные суммы, определение, классы интегрируемых функций.
11. Основные свойства определенного интеграла.
12. Теорема о среднем и следствие для  $g(x)=1$ .
13. Формула Ньютона – Лейбница.
14. Вычисление определенных интегралов методом замены переменной под знаком интеграла, формула интегрирования по частям.
15. Приложения определенного интеграла.
16. Вычисление площади плоской фигуры.
17. Вычисление объема тел.

#### **Тема 11. Несобственные интегралы.**

18. Несобственные интегралы 1 рода: определение, понятие сходимости.
19. Достаточные признаки сходимости несобственных интегралов 1 рода.
20. Несобственные интегралы 2 рода: определение, понятие сходимости.

#### **Тема 12. Кратные интегралы**

21. Кратные интегралы, свойства кратных интегралов.
22. Сведение двойного интеграла к повторному однократному.
23. Замена переменных в кратных интегралах: переход от декартовой к произвольной системе координат, якобианы перехода к цилиндрической и к сферической системам координат.

#### **Тема 13. Криволинейные интегралы**

24. Криволинейные интегралы 1-го рода, сведение криволинейных интегралов к определенным интегралам.
25. Криволинейные интегралы 2-го рода, сведение криволинейных интегралов к определенным интегралам.
26. Формула Грина, вычисление площади плоских фигур с помощью формулы Грина.
27. Условия независимости криволинейных интегралов от пути интегрирования.

#### **Тема 14. Поверхностные интегралы**

28. Вычисление площади кривой поверхности.
29. Поверхностные интегралы 1-го рода.

30. Поверхностные интегралы 2-го рода.

### Тема 15. Теория числовых рядов

31. Понятие числового ряда, понятие сходимости и расходимости ряда.
32. Примеры сходящихся и расходящихся числовых рядов: геометрическая прогрессия, гармонический ряд, обобщенный гармонический ряд.
33. Необходимое условие сходимости ряда.
34. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов.
35. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды, признак сходимости Лейбница.

### Тема 16. Функциональные ряды

36. Функциональные последовательности и ряды, поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов, достаточный признак равномерной сходимости Вейерштрасса (мажорантный).
37. Свойства суммы равномерно сходящегося ряда. Теоремы о пределе, о почленном дифференцировании и о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда.
38. Степенные ряды. Интервал сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и интегрирование степенного ряда.
39. Разложение функций в степенные ряды. Формула Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора.

### Тексты проблемно-аналитических и (или) практических учебно-профессиональных задач

1 вариант

1. Вычислить определитель.

2	3	0	0	1	-1
9	4	0	0	3	7
4	5	1	-1	2	4
3	8	3	7	6	9
1	-1	0	0	0	0
3	7	0	0	0	0

2. Решить матричное уравнение

$$2X - A = (X + B)A; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2 \end{cases} \quad 17. \quad \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 20 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 14 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -8 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 = -9 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений методом Жордана-Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 20 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 14 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -8 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 = -9 \end{cases}$$

2 вариант

1. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$1.1 \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad 1.2. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Исследовать знакопостоянство выражения.

2.1  $5x^2 - 6xy + 2y^2$ .

2.2  $4x^2 + 3xy - 5y^2$ .

2.3  $4x^2 + 2xy - 4y^2$

3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x - 3y + 5 = 0$  и  $3x + y - 7 = 0$  перпендикулярно к прямой  $y = 2x$ .

**3.2.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков в ходе промежуточной аттестации**

**Процедура оценивания знаний (устный ответ)**

Предел длительности	10 минут
Предлагаемое количество заданий	2 вопроса
Последовательность выборки вопросов из каждого раздела	Случайная
Критерии оценки	<ul style="list-style-type: none"> <li>- требуемый объем и структура</li> <li>- изложение материала без фактических ошибок</li> <li>- логика изложения</li> <li>- использование соответствующей терминологии</li> <li>- стиль речи и культура речи</li> <li>- подбор примеров их научной литературы и практики</li> </ul>
«5» если	требования к ответу выполнены в полном объеме
«4» если	в целом выполнены требования к ответу, однако есть небольшие неточности в изложении некоторых вопросов
«3» если	требования выполнены частично – не выдержан объем, есть фактические ошибки, нарушена логика изложения, недостаточно используется соответствующая терминология

**Процедура оценивания умений и навыков (решение проблемно-аналитических и практических учебно-профессиональных задач)**

Предлагаемое количество заданий	1
Последовательность выборки	Случайная
Критерии оценки:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- выделение и понимание проблемы</li> <li>- умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения</li> <li>- полнота использования источников</li> <li>- наличие авторской позиции</li> <li>- соответствие ответа поставленному вопросу</li> <li>- использование социального опыта, материалов СМИ, статистических данных</li> <li>- логичность изложения</li> <li>- умение сделать квалифицированные выводы и обобщения с точки зрения решения профессиональных задач</li> <li>- умение привести пример</li> <li>- опора на теоретические положения</li> <li>- владение соответствующей терминологией</li> </ul>
«5» если	требования к ответу выполнены в полном объеме
«4» если	в целом выполнены требования к ответу, однако есть небольшие неточности в изложении некоторых вопросов. Затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений
«3» если	требования выполнены частично – пытается обосновать свою точку зрения, однако слабо аргументирует научные положения, практически не способен самостоятельно сформулировать выводы и обобщения, не видит связь с

#### **4. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

##### **4.1. Электронные учебные издания**

1. Альсевич, Л. А. Математический анализ: последовательности, функции, интегралы: практикум : учебное пособие / Л. А. Альсевич, С. Г. Красовский. — Минск : Вышэйшая школа, 2021. — 472 с. — ISBN 978-985-06-3375-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/119993.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Захарова, Т. Э. Математический анализ : учебное пособие / Т. Э. Захарова. — Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2021. — 146 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/117101.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Латышева, Л. П. Математический анализ : практикум / Л. П. Латышева. — Пермь : Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. — 42 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/86364.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
4. Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/97549.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

##### **4.2. Электронные образовательные ресурсы**

1. Электронная библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» Biblio-online.ru (ЭБС «Юрайт») [Электронный ресурс]. — URL: <https://urait.ru/>.
2. Электронно-библиотечная система ZNANIUM [Электронный ресурс]. — URL: <https://znanium.com/>.
3. Электронная библиотечная система «Консультант студента» [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.studentlibrary.ru/>.
4. e-Library.ru: Научная электронная библиотека [Электронный ресурс]. — URL: <http://elibrary.ru/>.
5. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» [Электронный ресурс]. — URL: <http://cyberleninka.ru/>.
6. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. — URL: <http://window.edu.ru/>.
7. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. — URL: <http://fcior.edu.ru/>.

##### **4.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Обучающимся обеспечен доступ (удаленный доступ) к ниже следующим современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам:

1. Словари и энциклопедии на Академике [Электронный ресурс]. — URL: <http://dic.academic.ru>.
2. Система информационно-правового обеспечения «Гарант» [Электронный ресурс]. — URL: <http://ivo.garant.ru/>.



#### **4.4. Комплект лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства**

1. Лицензионное программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных приложений Microsoft Office.
2. Свободно распространяемое программное обеспечение: свободные пакеты офисных приложений Apache Open Office, LibreOffice.
3. Программное обеспечение отечественного производства: справочно-правовая система «Гарант» (Электронный периодический справочник «Система ГАРАНТ»), образовательная платформа ЮРАЙТ (Электронная библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» Biblio-online.ru (ЭБС «Юрайт»)), электронно-библиотечная система ZNANIUM, электронная библиотечная система «Консультант студента».

#### **4.5. Оборудование и технические средства обучения**

Для реализации дисциплины (модуля) используются учебные аудитории для проведения учебных занятий, которые оснащены оборудованием и техническими средствами обучения, и помещения для самостоятельной работы обучающихся, которые оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду РХТУ им. Д.И. Менделеева. Допускается замена оборудования его виртуальными аналогами.

<b>Наименование учебных аудиторий для проведения учебных занятий и помещений для самостоятельной работы*</b>	<b>Оснащенность учебных аудиторий для проведения учебных занятий и помещений для самостоятельной работы оборудованием и техническими средствами обучения</b>
Учебные аудитории для проведения учебных занятий	Учебная аудитория укомплектована специализированной мебелью, отвечающей всем установленным нормам и требованиям, оборудованием и техническими средствами обучения (мобильное мультимедийное оборудование).
Помещение для самостоятельной работы	Помещение оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду РХТУ им. Д.И. Менделеева и к ЭБС.

\* Номер конкретной аудитории указан в приказе об аудиторном фонде, расписании учебных занятий и расписании промежуточной аттестации.